

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**П. П. Рожков, С. Е. Рожкова**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

з дисципліни

**«НАДІЙНІСТЬ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ»**

*(для магістрів денної та заочної форм навчання за спеціальністю  
141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, освітні  
програми «Електротехнічні системи електроживлення» та  
«Електротехнічні системи електроживлення (освітньо-наукова)»)*

**Харків**  
**ХНУМГ ім. О. М. БЕКЕТОВА**  
**2017**

**Рожков П. П.** Конспект лекцій з дисципліни «Надійність електричних мереж» для магістрів денної та заочної форм навчання за спеціальністю 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка (освітні програми «Електротехнічні системи електроспоживання» та «Електротехнічні системи електроспоживання (освітньо-наукова)») / П. П. Рожков, С. Е. Рожкова ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – 85 с.

Автори        канд. техн. наук П. П. Рожков,  
                  канд. техн. наук С. Е. Рожкова

Рецензент

Д. М. Калюжний, кандидат технічних наук, доцент Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

*Рекомендовано кафедрою електропостачання міст, протокол № 1  
від 29.08.2014 р.*

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
Лекція 1 Визначення основних понять та термінів .....	5
Лекція 2 Класифікація відмов в системах електропостачання.....	9
Лекція 3 Причини та характер відмов основних елементів систем електропостачання.....	13
Лекція 4 Показники надійності елемента СЕП. Інтенсивність відмов.....	15
Лекція 5 Номенклатура показників надійності елементів СЕП.....	18
Лекція 6 Потік відмов і відновлень, їх властивості і характеристики.....	21
Лекція 7 Закони розподілу випадкової величини в теорії надійності.....	25
Лекція 8 Визначення обсягу спостережень та довірчих інтервалів для показників надійності.....	33
Лекція 9 Загальна модель відмов устаткування.....	37
Лекція 10 Моделі надійності установки з попередньою експлуатацією.....	41
Лекція 11 Модель надійності установок з відновленням та резервуванням.....	43
Лекція 12 Моделі надійності установок з відновленням і профілактикою.....	48
Лекція 13 Надійність структур.....	53
Лекція 14 Надійність складних структур.....	61
Лекція 15 Визначення надійності електричних мереж з урахуванням навмисних відключень.....	67
Лекція 16 Надійність функціонування пристроїв релейного захисту й автоматики і комутаційної апаратури.....	71
Лекція 17 Коефіцієнт незабезпеченості електроенергією.....	76
Лекція 18 Збиток від порушення електропостачання.....	79
Перелік посилань .....	81
Додаток А.....	84

## ВСТУП

Проблема надійності електричних станцій, підстанцій, ліній електропередачі, електричних мереж і систем – одна з першочергових проблем енергетики. В окремих енергетичних системах число аварій протягом року досягає декількох десятків, а річний обсяг електричної енергії, яку не отримав споживач в результаті аварій – декількох мільйонів кіловат-годин. Сумарна потужність генераторів, що одночасно простоюють в аварійному ремонті, становить мільйони кіловат. При такій високій аварійності в енергосистемах оцінка надійності окремих видів устаткування і установок, пошук шляхів підвищення надійності як в ході експлуатації, так і при проектуванні стають першочерговими завданнями.

З іншого боку, оцінивши збиток, нанесений споживачам перервою електропостачання, збитки, пов'язані з аварійним ремонтом, а також витрати на підвищення надійності, можна порушувати питання про оптимальний рівень надійності електроенергетичного встаткування, установок і систем.

Створення нових, унікальних машин, апаратів, ліній електропередачі, великих енергетичних об'єднань і комплексів вимагає застосування таких методів аналізу і розрахунку надійності, які дозволили б при проектуванні об'єктивно врахувати досвід експлуатації, дані експериментів, розрахувати надійність, проаналізувати варіанти по забезпеченню надійності, обґрунтувати її підвищення, прогнозувати надійність, виключити можливість катастрофічного результату аварій для людей і навколишнього середовища.

З освоєнням нової енергетичної техніки проблема надійності стає однією з самих головних. Відомо, що під час пусконаладжувальних робіт при введенні нових енергетичних об'єктів, таких як атомна електростанція або лінія передачі надвисокої напруги, виявляються і усуваються причини ненадійної роботи встаткування і установок. Більшість цих причин пояснюються недоліками конструкторських розробок, в яких не приділялося достатньої уваги аналізу і оцінці надійності.

Теорія надійності є науковою основою діяльності лабораторій, відділів, бюро і груп надійності на підприємствах, в проектних, науково-дослідних і експлуатуючих організаціях.

З проблемою надійності в електроенергетиці зв'язані наступні практичні завдання: статистична оцінка і аналіз надійності діючого встаткування і установок, прогнозування надійності встаткування і установок, нормування рівня надійності, випробування на надійність, розрахунок і аналіз надійності,

забезпечення надійності, оптимізація технічних рішень щодо забезпечення надійності при проектуванні, створенні і експлуатації електроенергетичного встаткування, установок і систем.

## **ЛЕКЦІЯ 1 ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ПОНЯТЬ ТА ТЕРМІНІВ**

Сучасна нормативна база України з питань надійності ґрунтується на ДСТУ 2860.94 «Надійність техніки. Терміни та визначення» Основні положення цього документа відповідають ГОСТ прийнятим в Радянському Союзі.

В ГОСТ 27.002–83 надійність визначається, як «властивість об'єкта зберігати в часі в встановлених межах значення всіх параметрів, що характеризують здатність виконувати необхідні функції в заданих режимах і умовах застосування, технічного обслуговування, ремонтів, зберігання і транспортування».

Говорячи про об'єкти, можна мати на увазі і конкретний об'єкт (наприклад, лінія № 205), і безліч конкретних об'єктів (наприклад, вимикачі серії ВВБ – 220 випуску 1977 р.), і певний клас об'єктів, реальних або проєктованих, що відповідають заданій структурі і складу елементів (наприклад, спрощені підстанції 110 кВ без вимикачів на стороні вищої напруги). Структура і взаємодія елементів об'єкта визначають його модель надійності.

В моделях надійності широко використовують поняття «елемент» і «система». Об'єкт, надійність якого розглядається незалежно від надійності його частин, а тільки залежно від його функціональної ролі і місця в системі або установці, називають елементом. Сукупність взаємозалежних елементів або об'єктів, призначених для виконання певного кола завдань, що мають єдине керування функціонуванням і розвитком, називають системою.

Устаткування електроенергетичних систем є, з одного боку, елементом відповідної системи або підсистеми, а з іншого боку, – виробом, тобто об'єктом, надійність якого розглядається незалежно від його ролі в системі, але відповідно до технічних умов і ГОСТ на продукцію даного типу. Виробами є всі машини, апарати і інше встаткування, що поставляють заводи – виготовлювачі.

Відповідно до ГОСТ 27.002–83 надійність – комплексна властивість, що містить в собі безвідмовність, довговічність, ремонтпридатність і збережездатність.

Надійність електроенергетичних систем – також комплексна властивість, що включає в себе безвідмовність, довговічність, ремонтпридатність, збережездатність, стійкоздатність, режимну керованість, живучість і безпеку.

Безвідмовність – властивість об'єкта безупинно зберігати працездатний стан протягом деякого часу або деякого наробітку.

Працездатний стан (працездатність) – стан об'єкта, при якому значення всіх параметрів, що характеризують здатність виконувати задані функції, відповідають вимогам нормативно-технічної і (або) конструкторської документації.

Наробіток – тривалість або обсяг роботи об'єкта.

Довговічність – властивість об'єкта зберігати працездатність до настання граничного стану при встановленій системі технічного обслуговування і ремонту.

Граничний стан – такий стан об'єкта, при якому його подальше застосування по призначенню неприпустиме або недоцільне, або відновлення неможливе або недоцільне.

Ремонтпридатність – властивість об'єкта, що полягає в пристосованості до попередження і виявлення причин виникнення відмов, ушкоджень, до підтримки і відновлення працездатності шляхом технічного обслуговування і ремонтів.

Відмова працездатності – подія, що полягає в переході об'єкта з одного рівня працездатності на інший, більш низький.

Відмова функціонування – подія, що полягає в переході об'єкта з одного відносного рівня функціонування на інший, більш низький. Під відносним рівнем функціонування розуміється відношення фактичного рівня до необхідного в цей момент часу. Відмови бувають повні і часткові. Часткова відмова працездатності переводить об'єкт в стан часткової працездатності. Повні відмови приводять об'єкт до непрацездатного стану.

Непрацездатний стан – стан об'єкта, при якому він не здатний виконувати всі задані функції.

Працездатний об'єкт може бути в робочому і неробочому стані. В робочому стані він виконує задані функції, в неробочому – не виконує.

Неробочий стан містить в собі стани попереджувального ремонту, аварійного ремонту, аварійного простою і залежного простою.

Робочий стан об'єкта містить в собі наступні режими:

- нормальний, коли забезпечуються значення заданих параметрів режиму роботи і резервування в встановлених межах;
- ремонтний, коли частина елементів об'єкта перебуває в стані попереджувального або аварійного ремонту;
- аварійний – від моменту виникнення відмови елемента до моменту локалізації відмови;
- післяаварійний – від моменту локалізації відмови до встановлення заданого режиму.

Збережездатність – це властивість об'єкта зберігати значення показників безвідмовності, довговічності і ремонтпридатності протягом і після зберігання і (або) транспортування.

Стійкоздатність – властивість системи безупинно зберігати стійкість протягом деякого інтервалу часу.

Стійкість – здатність системи переходити від одного стійкого режиму до іншого при різних збурюючих впливах.

Режимна керованість – це властивість системи забезпечувати включення, відключення і зміну режиму роботи елементів за заданим алгоритмом.

Живучість – властивість системи протистояти великим збурюванням режиму, не допускати їх ланцюгового розвитку і масового відключення споживачів, не передбаченого алгоритмом роботи протиаварійної автоматики.

Безпека визначається як властивість об'єкта не створювати небезпеки для людей і навколишнього середовища в всіх можливих режимах роботи і аварійних ситуацій.

Причинами відмов устаткування є ушкодження або несправності.

Під ушкодженнями в енергетиці звичайно розуміють руйнування встаткування, поломку деталей, порушення цілості електричних і магнітних ланцюгів, псування ізоляції.

Під несправностями – разрегулювання механізмів без руйнування і псування та ін. Ушкодження і несправності, в свою чергу, можуть виникнути через дефекти встаткування, тобто через:

- невідповідність його встановленим вимогам при випуску з заводу – виготовлювача (брак продукції);
- аварійні (нерозраховані) впливи навколишнього середовища;
- неправильне транспортування, монтаж, обслуговування і ремонт.

Відмова електроенергетичної установки в виконанні заданих функцій (відмова функціонування) настає в результаті відмов:

- устаткування;
- суміжних установок;
- протиаварійної автоматики.

А також при нерозрахованих зовнішніх впливах або при неможливості задоволення вимог до кількості і якості електроенергії.

При наявності в установці резервних елементів, при можливості заміни встаткування, що відмовило, і ремонту без припинення роботи надійність установки буде визначатися не тільки частотою відмов, але і швидкістю відновлення основних і резервних елементів.

Рівень розладу функціонування установок енергосистем при аваріях і порушеннях в роботі називають глибиною.

На електростанціях глибина аварій характеризується рівнем зниження розташованої потужності і виробітки електроенергії, на підстанціях – кількістю відключених споживачів і недовідпуском енергії, на лініях електропередачі – числом відключених ланцюгів і рівнем зниження пропускної здатності, в електричних мережах – обсягом відключених споживачів і районних підстанцій, в системах електропостачання – рівнем аварійних обмежень споживачів, в енергосистемах і об'єднаннях – рівнем дефіциту потужності і енергії, а також рівнем зниження частоти.

Глибина аварій залежить від тривалості і способу відновлення функціонування установок. В деяких установках, таких як установки власних потреб АЕС, навіть короточасне зниження напруги при коротких замиканнях приводить до порушення роботи механізмів.

Відключення ушкодженої ділянки мережі дією релейного захисту не відновлює працездатності механізму навіть при наявності джерел живлення, що працюють в режимі постійно включеного резерву.

Для більшості ж установок таке зниження напруги не є відмовою і глибина аварій при цьому оцінюється тільки для споживачів, яких відключають.

Функціонування установок відновлюється шляхом відключення ушкоджених елементів дією релейного захисту, засобами протиаварійної автоматики (АПВ, АВР), шляхом оперативних перемикачів, які виконує черговий персонал, диспетчер електричної мережі або енергосистеми, а також проведенням аварійно - відбудовних ремонтів.

Глибина аварій з порушенням живлення споживачів визначається ступенем резервування встаткування і установок. На електростанціях є резерв генераторної потужності. Цей резерв закладений в обертових і зупинених



турбо- і гідрогенераторах, в гарячих і холодних котлоагрегатах, в активній зоні енергетичних ядерних реакторів, в спеціальних газотурбінних установках.

На підстанціях і в електромережах є явний і схований резерв пропускної здатності, що полягає в недовантаженні робочих і резервних ліній і трансформаторів, в можливому аварійному перевантаженні елементів, що залишилися в роботі.

Частота, тривалість і глибина аварій в енергосистемах визначаються в великому ступені наявністю планових і позапланових відключень і зупинок устаткування, які послабляють ступінь резервування установок.

Планові відключення здійснюють відповідно до графіка поточних і капітальних ремонтів, що коректується залежно від виникнення або відсутності аварій напередодні наміченого відключення.

Позапланові відключення виконують при необхідності плавки ожеледі, усунення виявлених дефектів, небезпечних режимів або при настанні граничних станів.

Відмови спрацьовування, неселективні і помилкові спрацьовування пристроїв релейного захисту, а також помилки персоналу збільшують глибину аварій, сприяють розвитку важких ланцюгових аварій, таких як аварії на північному сході США і Канади, і в Москві (2005р.).

Виникнення подібних аварій в енергосистемах більшості розвинених країн свідчить про велику значимість проблеми надійності в енергетиці на сучасному етапі її розвитку. Особливо гостро стає завдання забезпечення живучості енергосистем, керованості установок, безпеки встаткування і безперебійності електропостачання споживачів.

## **ЛЕКЦІЯ 2 КЛАСИФІКАЦІЯ ВІДМОВ В СИСТЕМАХ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ**

Відмова є одним з основних понять теорії надійності. Поняття про повну і часткову відмову відбиває ту обставину, що система електропостачання (СЕП) та її частини є об'єктом з рівнем ефективності функціонування, що змінюється. Наприклад, при ушкодженні секціонованої ЛЕП відключається тільки частина лінії, що означає часткову відмову ЛЕП. Обмежене і неякісне електропостачання є частковими відмовами функціонування СЕП, на відміну від повної перерви електропостачання, коли споживач повністю втрачає електроенергію.

Проведемо класифікацію відмов.

За тривалістю розрізняють наступні відмови в електропостачанні:

- тривалі перерви в електропостачанні споживача, обумовлені ліквідацією масових ушкоджень в СЕП, викликаних, як правило, гололідно-вітровими руйнуваннями опор і проводів ЛЕП (на період до декількох діб);

- припинення живлення споживачів на час відновлення працездатності елемента, що відмовив, СЕП (4–24 год);

- припинення живлення споживачів на час, необхідний для включення резервного живлення вручну, діями оперативно-виїзних бригад підприємств електричних мереж (1,5–6 год);

- припинення живлення на час оперативних перемикань, виконуваних черговим персоналом на підстанціях (кілька хвилин);

- короткочасна відмова в електропостачанні споживача на час автоматичного введення резервного живлення або автоматичного відключення ушкодженої ділянки мережі (кілька секунд).

З погляду на інформування відмови бувають:

- раптові, коли споживач не одержує ніякої інформації про відмову;

- позапланові відключення, відомості про які надходять споживачеві незадовго до моменту відключення;

- планові відключення, про які споживача попереджують завчасно.

Стосовно до відмови і ушкодження застосовують такі поняття, як критерій, причина, ознаки (прояв), характер і наслідки.

Критерій відмови – працездатний стан об'єкта визначається переліком заданих параметрів і припустимих меж їхньої зміни – допусками. Порушенням працездатного стану вважається вихід хоча б одного параметра за встановлений допуск. Ознаки, що дозволяють встановити факт порушення працездатного стану, є критеріями відмов. Вони зазначені в нормативно-технічній документації на об'єкт.

Причинами відмов можуть бути дефекти, допущені при конструюванні, виробництві і ремонтах, порушенні правил і норм експлуатації, різного роду ушкодження, а також природні процеси зношування і старіння.

Ознаками відмови (ушкодження) називають безпосередні, або непрямі впливи на органи почуттів спостерігача явищ, характерних для непрацездатного стану об'єктів або зв'язаних з ним процесів. Наприклад, зміна показників контрольних приладів, дія сигнального пристрою, поява характерних шумів.

Характером відмови (ушкодження) називають конкретні зміни в об'єкті, пов'язані з виникненням відмови (ушкодження), наприклад обрив проведення.

До наслідків відмови відносяться явища, процеси і події, що виникли після відмови і безпосередньо пов'язані з ним (зупинка двигуна, відтавання холодильника та ін.). Іноді наслідки відмови є його ознаками.

Для об'єктів енергетики основною нормативно-технічною документацією, що встановлює критерії відмов, є «Інструкція з розслідування і обліку аварій та інших порушень в роботі електростанцій, електричних і теплових мереж, енергосистем і енергооб'єднань». Відповідно до цього документа порушення роботи об'єктів енергетики залежно від характеристики порушення ступеня ушкодження і їхніх наслідків вважають аварії, відмови в роботі I ступеня, відмови в роботі II ступеня, споживчі відключення.

Аварії бувають станційні, електромережеві, тепломережеві і системні. На підприємстві електричної мережі аварією вважають порушення нормальної роботи електричної мережі напругою 6 кВ і більше, що викликало:

- перерву електропостачання одного і більше споживачів I категорії, що мають живлення від двох незалежних джерел, на строк, що перевищує час дії пристроїв автоматичного повторного включення (АПВ) або автоматичного введення резерву (АВР); при невідповідності схеми живлення споживачів I категорії вимогам Правил пристроїв електроустановок (ПУЕ) (тобто не забезпеченим електропостачанням від двох незалежних джерел живлення) на строк більше 2,5 год, а для сільськогосподарських споживачів – більше 10 годин;

- перерву електропостачання одного і більше споживачів II категорії на строк більше 2,5 год, а для сільськогосподарських споживачів II категорії – більше 10 год;

- перерву електропостачання одного і більше споживачів III категорії на строк більше 24 год;

- недовідпущення електроенергії споживачам в розмірі 20 тис. кВт·год і більш незалежно від тривалості перерви електропостачання;

- руйнування силового трансформатора потужністю 10 МВА і більше, якщо відновлення його неможливе або недоцільне;

- ушкодження ПЛ 110 кВ і вище, що вимагає відновлення протягом 24 годин, а також ушкодження кабельної лінії 110 кВ, що вимагає відновлення протягом 36 годин;

- пожежу на підстанції з вищою напругою 110 кВ і більше, що викликала її знеструмлення на строк 8 годин і більше.

Системна аварія це:

- порушення стійкості енергосистеми, поділ її на частини, що викликала відключення споживачів на загальну потужність більше 5 % від навантаження енергосистеми;
- робота енергосистеми з частотою нижче 49,5 Гц тривалістю більше 1 годин;
- масові відключення або ушкодження ЛЕП напругою 6 кВ і вище через стихійне явище, які призвели до відключення споживачів на загальну потужність більше 10 % навантаження енергосистеми.

Відмовою в роботі першого ступеня є:

- порушення нормальної роботи електричної мережі, що викликало перерву електропостачання одного і більше споживачів I категорії, при невідповідності схеми їхнього живлення ПУЕ, або одного і більше споживачів II категорії на строк 0,5–2,5 год, а для сільськогосподарських споживачів – 2–10 год; одного і більше споживачів III категорії на строк 8–24 год;
- недовідпущення електроенергії споживачам 5–20 тис. кВт·год;
- ушкодження основного електроустаткування мереж, що вимагає відбудовного ремонту в встановлений термін;
- ушкодження повітряної або кабельної лінії 35, 110 кВ, що вимагає відбудовного ремонту в строк до 24 (36 год).

До відмов в роботі другого ступеня належать порушення нормальної роботи електричних мереж, в тому числі:

- перерви в електропостачанні споживачів, що не є аварією I ступеня; ушкодження деяких видів устаткування;
- недовиконання диспетчерського графіка електронавантаження або оперативного завдання диспетчера;
- автоматичне відключення або помилкове відключення встаткування персоналом;
- знеструмлення ділянок електромережі напругою нижче 6 кВ.

Аварії і відмови залежно від причин винуватців їхнього виникнення бувають з вини:

- персоналу електропідприємства або енергоуправління;
- інших організацій (заводів-виготовлювачів, проектних, будівельних, монтажних та ін.);
- сторонніх організацій і осіб;
- через стихійні явища.

### **ЛЕКЦІЯ 3 ПРИЧИНИ ТА ХАРАКТЕР ВІДМОВ ОСНОВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ**

Самим ненадійним елементом систем електропостачання (СЕП) є лінії електропередачі (ЛЕП) через розосередженість по території і впливи на них різних зовнішніх факторів. Так, в міських електромережах близько 85 % відключень доводяться на ЛЕП. В сільських мережах ця цифра досягає 90–95 %.

Основними причинами ушкоджень повітряних ліній (ПЛ) є:

- грозові перекриття ізоляції;
- ожеледь-ізморозові відкладення;
- навантаження від вітру;
- вібрація і танок проводів;
- загоряння дерев'яних опор;
- ослаблення механічної міцності деталей опор;
- ушкодження опор і проводів автотранспортом і механізмами та ін.

Зовнішні впливи приводять до перекриття ізоляції, розриву ізоляторів, оплавленню металевих деталей, обриву проводів, ослабленню їхньої механічної міцності при вібрації і танці в результаті розламу окремих дротів, поломці деталей, падінню стійок разом з проводами. Найбільш важкі наслідки викликають ожеледь-вітрові навантаження.

Порушення в нормальній роботі ПЛ викликано рядом факторів:

- перевищенням фактичних зовнішніх навантажень розрахункових значень;
- дефектами, що допускають при виготовленні опор, проводів ізоляції ПЛ (застосування низьких марок цементу і металу, порушення центрування арматури в залізобетонних виробках, неякісне просочення деревини антисептиками, неякісне з'єднання дротів при виготовленні проведення та ін.);
- неправильним застосуванням типів проводів, опор, ізоляторів по природно-кліматичним зонам країни;
- використання глухих затискачів замість затискачів обмеженої міцності закладення та ін.;
- порушенням правил монтажу і спорудження ПЛ (неправильне виведення стійок залізобетонних опор, недостатнє поглиблення опор при установці, розкачування проводів по траверсах опор; неправильна установка стріл прогину тощо);

- порушеннями при прийманні лінії в експлуатацію (невиконання перевірки дефектних ізоляторів і термозварних з'єднань, невідповідність застосованих типів виробів закладеним в проектах);

- недоліками експлуатації (недотримання строків, обсягів і складу перевірок, вимірів, заміни дефектного встаткування, капітальних ремонтів, фарбування, підтяжки і інших робіт на ПЛ);

- порушеннями сторонніми організаціями і особами (наїзди на опори, проїзди під ПЛ високогабаритних механізмів, накиди).

Основною причиною ушкоджень кабельних ліній (КЛ) є порушення їхньої механічної міцності будівельними машинами і механізмами при ґрунтових роботах. З цієї причини в міських електромережах відбувається близько 60–70 % усіх ушкоджень КЛ. Іншими причинами є старіння міжфазної і поясної ізоляції, інтенсивна корозія (електрична і хімічна) покриття, перевантаження кабелю, проникнення вологи в кабель, порушення ізоляції гризунами.

Пошкоджуваність КЛ залежить від способу прокладки КЛ (в землі, блоках, трубах, тунелях), різниці горизонтальних рівнів ділянки КЛ (при великих перепадах відбувається набрякання масла і осушення ізоляції), агресивності навколишнього середовища, величини блукаючих струмів і наявності захисту від них, інтенсивності ведення будівельних робіт в зоні прокладки КЛ, строку експлуатації, режиму роботи.

Електричні пробої звичайно відбуваються не в цілому кабелі, а в місцях установки сполучних муфт, на кінцевих вирвах, вертикальних ділянках кабелю.

Силові трансформатори ушкоджується значно рідше, ніж лінії електропередачі, однак відмова трансформатора веде до важких наслідків і відновлення його працездатності вимагає тривалого часу.

Основні причини ушкодження трансформаторів:

- ушкодження ізоляції обмоток трансформатора через дефекти конструкції і виготовлення, при впливі зовнішніх перенапруг в мережі, струмів коротких замикань;

- ушкодження перемикачів (в основному регульованих під навантаженням), також викликаних конструктивними і технологічними дефектами;

- ушкодження введів, в основному при впливі зовнішніх перенапруг в мережі (перекриття зовнішньої або внутрішньої ізоляції, механічні ушкодження, неякісні контактні з'єднання).

Ремонт трансформаторів великих габаритів виконують на місці. Такий ремонт пов'язаний з необхідністю виїмки керна трансформатора, вимагає застосування піднімальних механізмів і триває іноді кілька діб.

Ремонт трансформаторів малих габаритів на напругу 6–20 кВ виконують централізовано в майстернях підприємств електричних мереж. Ушкоджений трансформатор замінюють іншим, працездатним.

Основні способи підвищення надійності експлуатації трансформаторів:

- ретельне приймання в експлуатацію з виконанням контрольних випробувань;
- періодичні огляди і перевірки в процесі експлуатації з виконанням необхідних строків і обсягу випробувань;
- дотримання режимів роботи трансформатора, які не допускають значного перевантаження на тривалий час;
- установка в мережі засобів зниження потужності коротких замикань і величини перенапруг.

Відмови комутаційних апаратів (вимикачів, роз'єднувачів, відмикачів і віддільників) відбуваються при відключенні коротких замикань, виконанні ними різних операцій, а також в стаціонарному стані.

Основна причина ушкоджень комутаційних апаратів – механічні ушкодження, пов'язані з недосконалістю конструкції, порушенням технології виготовлення або правил експлуатації. Електричні ушкодження комутаційних апаратів обумовлені перекриттям ізоляції при зовнішніх і внутрішніх перенапругах, пробоем внутрибакової ізоляції вимикачів та ін.

Значна частина лінійних роз'єднувачів 6–10 кВ ушкоджуються через недоліки їхнього конструктивного виконання.

## **ЛЕКЦІЯ 4 ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТА СЕП. ІНТЕНСИВНІСТЬ ВІДМОВ**

Надійність системи залежить від надійності її елементів; елемент – це частина системи, надійність якої вивчається незалежно від надійності складових його частин.

При аналізі надійності електричних мереж як елементи розглядають ЛЕП, електроустаткування (трансформатори, вимикачі, двигуни), функціональні вузли, відмови яких призводять до однакових наслідків (осередки розподільних пристроїв, шини підстанцій тощо), а також виробничі установки.

Для характеристики надійності елементів потрібно встановити спостереження за їхньою роботою. Спостереження починається від моменту  $t = 0$  (тобто моменту пуску установки, продажу виробу) до закінчення строку їхнього функціонування (рис. 4.1).

В процесі функціонування елементів час від часу відбуваються відмови. Статистична обробка даних про відмови дозволяє визначити показники надійності.

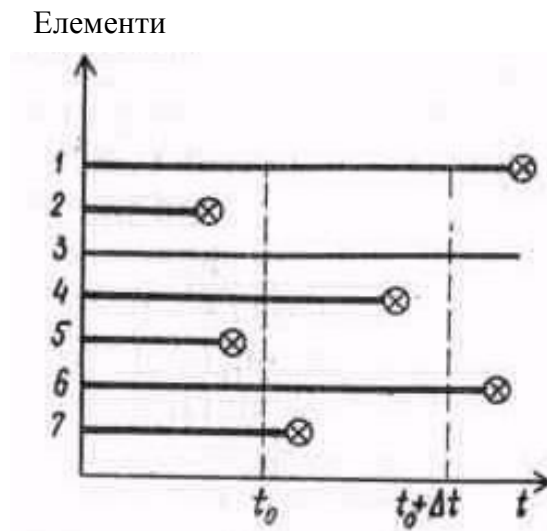


Рисунок 4.1 – Графік спостережень за випробуваннями

Значення показників надійності елементів електричних мереж наведені в довідковій літературі.

Інтенсивність відмов – це ймовірність того, що елемент, що раніше проробив безвідмовно до моменту  $t$ , відмовить в відріжку  $(t + \Delta t)$  за умови, що  $\Delta t$  досить малий

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p(t < \varphi_1 < t + \Delta t / \varphi_1 > t)}{\Delta t} = \frac{p(t < \varphi_1 < t + dt / \varphi_1 > t)}{dt},$$

де  $\varphi_1$  – випадковий інтервал часу до першої відмови.

Іншими словами,  $\lambda(t)$  – це умовна ймовірність відмови після  $t$  за одиницю часу  $\Delta t$  за умови, що до моменту  $t$  відмови не було.



Статистичну інтенсивність відмов визначають як відношення числа елементів  $n(t, \Delta t)$ , що відмовили саме в інтервалі  $(t, t + \Delta t)$  до числа елементів  $N(t)$ , справних до моменту  $t$

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n(t, \Delta t)}{N(t) \Delta t}.$$

З досвіду відомо, що  $\Delta t$  повинне бути досить малим, а  $n(t, t + \Delta t)$  – великим.

На основі аналізу великої кількості статистичних даних про відмови елементів СЕП доведено, що  $\lambda(t)$  в часі описується кривою, що наведена на рисунку 4.2. На цій кривій можна виділити три фази з різними закономірностями зміни інтенсивності відмов.

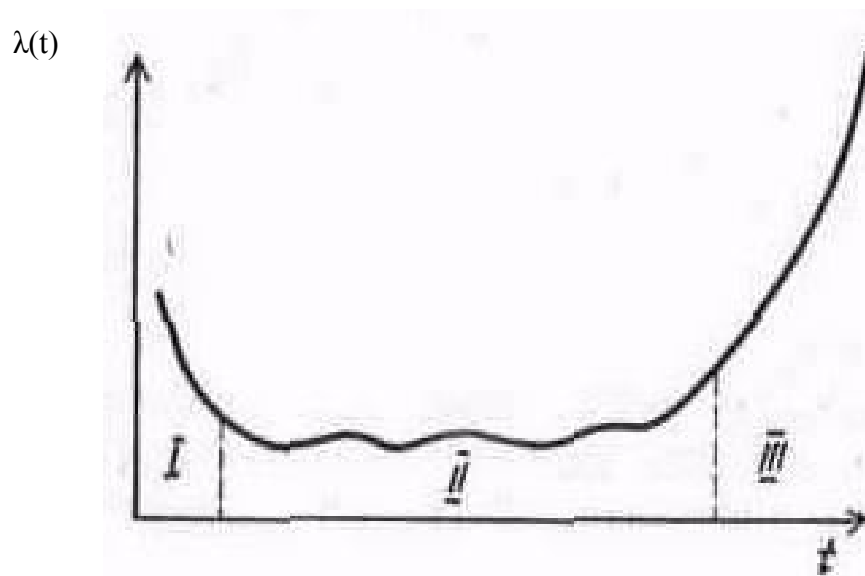


Рисунок 4.2 – Залежність інтенсивності відмов від часу

Перша фаза – прироботочні відмови. Відмови в цей період відбуваються при невідповідності параметрів елементів умовам функціонування – навантаженню, напрузі. На цій стадії в основному виявляються дефекти проектування, спорудження, монтажу. В міру їхнього усунення інтенсивність відмов падає. На цій фазі  $\lambda(t)$  описується розподілом Вейбулла, або гамма-розподілом.

Друга фаза – нормальний період роботи елемента. На елемент впливають випадкові фактори і відмови відбуваються в основному за рахунок

перевищення розрахункових значень факторів, що впливають. В цей період функція не залежить від часу початку спостереження і описується експоненціальним розподілом.

Третя фаза – старіння елемента. Внаслідок зношування, втомі, тобто зміни внутрішньої структури елемента в результаті необоротних фізико-хімічних процесів, число відмов збільшується навіть при нормальній експлуатації. Умови, в яких працює елемент (агресивне середовище, підвищена вологість, механічні і електричні впливи), можуть прискорити процес старіння. Довговічність роботи елементів можна збільшити (тобто віддалити третю фазу) за рахунок заходів з захисту від впливів навколишнього середовища, охолодження, організації системи обслуговування.

Для основних елементів СЕП період приробляння триває 3–5 років. Для ПЛ на опорах з просоченої деревини старіння проявляється через 15–20 років після введення в експлуатацію. Строк старіння трансформаторів і кабельних ліній, обумовлений старінням ізоляції, становить 20–30 років. Старіння комутаційних апаратів настає через 40–50 років. Звичайно така апаратура морально застаріває раніше, ніж фізично. В основному ж елементи СЕП є високонадійними елементами, тобто такими, в яких час їхньої безвідмовної роботи  $T$  значно перебільшує час відновлення  $\tau$ .

## **ЛЕКЦІЯ 5 НОМЕНКЛАТУРА ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ СЕП**

Ймовірність безвідмовної роботи, тобто ймовірність того, що час безвідмовної роботи буде більше часу  $t$

$$R(t) = p(\varphi_1 > t).$$

Статистично  $R(t)$  визначається як відношення числа елементів  $N(t)$ , що безвідмовно проробили до моменту  $t$ , до первісного числа спостережуваних елементів  $N(0)$

$$\hat{R}(t) = \frac{N(t)}{N(0)}.$$

Ймовірність відмови, тобто ймовірність того, що відмова наступила до моменту  $t$

$$F(t) = p(\varphi_1 < t).$$

Статистично  $F(t)$  є відношенням елементів  $n(t)$ , що відмовили до моменту  $t$ , до первісного числа спостережуваних елементів  $N(0)$

$$\hat{F}(t) = \frac{n(t)}{N(0)}.$$

Щільність ймовірності відмови – похідна величина від ймовірності відмови; означає ймовірність того, що відмова елемента відбудеться за одиницю часу  $(t, t + \Delta t)$

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = p(t < \varphi_1 < t + \Delta t).$$

Статистично  $f(t)$  визначають як відношення числа елементів  $n(t, \Delta t)$ , що відмовили за інтервал  $\Delta t$  часу, до первісного числа спостережуваних елементів

$$\hat{f}(t) = \frac{n(t, \Delta t)}{N(0) \Delta t}.$$

Показники, що були наведені раніше, пов'язані співвідношеннями, які наведені в таблиці 5.1.

Середній час безвідмовної роботи

$$T = M(\varphi) = \int_0^{\infty} R(t) dt.$$

Статистично  $T$  є відношенням часу роботи елемента до математичного очікування числа його відмов протягом цього часу.

Розглянемо показники надійності елементів СЕП для стаціонарного (сталого) режиму.

Таблиця 5.1 – Співвідношення показників надійності

Відома функція	Формули для визначення інших функцій			
	$R(t)$	$F(t)$	$f(t)$	$\lambda(t)$
$R(t)$	–	$1 - R(t)$	$-\frac{d}{dt}R(t)$	$-\frac{1}{R(t)}\frac{d}{dt}R(t)$
$F(t)$	$1 - F(t)$	–	$\frac{d}{dt}F(t)$	$\frac{1}{F(t)}\frac{d}{dt}F(t)$
$f(t)$	$\int_t^{\infty} f(x)dx$	$\int_0^t f(x)dx$	–	$\frac{f(t)}{\int_t^{\infty} f(x)dx}$
$\lambda(t)$	$e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$	$1 - e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$	$\lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$	–

Коефіцієнт готовності  $K_{\Gamma}$  визначає ймовірність знаходження елемента в працездатному стані в сталому режимі. Для будь-яких законів розподілу

$$K_{\Gamma} = \frac{T}{(T + \tau)},$$

де  $\tau$  – математичне очікування часу відновлення елемента.

Коефіцієнт простою  $K_{\text{пр}}$  визначає ймовірність того, що в сталому режимі в довільний момент часу елемент буде непрацездатний.

Очевидно, що

$$K_{\text{пр}} = 1 - K_{\Gamma} = \frac{\tau}{(T + \tau)}.$$

Коефіцієнт технічного використання обчислюють за формулою

$$K_{\text{ти}} = \frac{T}{(T + \tau + \eta)},$$

де  $\tau$  – середній час відновлення елементу після відмови;

$\eta$  – математичне очікування часу знаходження елемента в відключеному стані для виробництва профілактичних робіт.

Коефіцієнт оперативної готовності являє собою ймовірність безвідмовної роботи елемента протягом заданого часу роботи ( $t, \Delta t$ ) в період нормального функціонування за умови, що до цього моменту елемент не відмовив

$$K_{\text{ог}} = K_{\Gamma} R(t).$$

## ЛЕКЦІЯ 6 ПОТІК ВІДМОВ І ВІДНОВЛЕНЬ, ЇХ ВЛАСТИВОСТІ І ХАРАКТЕРИСТИКИ

Розглянемо процес функціонування елементів, який показано на рисунку 6.1. Елемент, проробивши випадковий час  $T_1$ , відмовляє і потім відновлюється протягом  $\tau_1$ . Після відновлення він функціонує знову і, проробивши якийсь час  $T_2$ , знову виходить з ладу, відновлюється за час  $\tau_2$  тощо

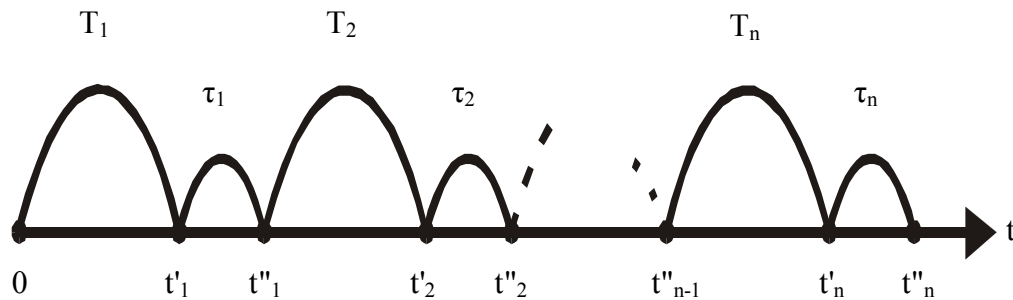


Рисунок 6.1 – Процес функціонування елемента

Моменти часу

$$t'_1 = T_1;$$

$$t'_2 = T_1 + \tau_1 + T_2;$$

...

$$t'_n = T_1 + \tau_1 + T_2 + \dots + \tau_{n-1} + T_n$$

будемо називати відмовами елементів. Відмови елементів в часі утворюють потік відмов.

Потік називається стаціонарним, якщо ймовірність появи подій на інтервалі  $\Theta_k(t, t+\Delta t)$  залежить тільки від  $\Theta_k$  і не залежить від  $T$ , тобто стаціонарність означає, що ймовірність відмови для будь-якого інтервалу часу залежить тільки від його довжини, але не від моменту початку цього відрізка на осі часу.

Потік називається ординарним, якщо ймовірність сполучення двох і більше подій в той самий момент часу дуже мала

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=2} p_i(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = 0,$$

де  $p_i(t, t+\Delta t)$  – ймовірність відмов (двох і більше) елементів за час від  $t$  до  $t+\Delta t$ .

Тобто ординарність потоку відмов означає, що в момент часу  $\Delta t$  не може бути більше однієї відмови.

Потік подій називається потоком без післядії, якщо для будь-яких непересічних інтервалів часу кількість подій, що попадають в один з них, не залежить від кількості подій, що попадають в інші інтервали.

Відсутність післядії означає, що ймовірність настання  $n$  відмов за відрізок  $\Delta t$  не залежить від того, скільки було відмов і як вони були розподілені в часі, тобто всі відмови є незалежними подіями.

В реальних умовах електричних мереж жодна з зазначених властивостей в точності не дотримується. При відмові одного з елементів може відбутися перерозподіл навантаження на елементи, що залишилися, таким чином, що і ці елементи відмовлять, тобто порушиться відсутність післядії.

Фактично небезпека відмови елемента з його «віком» збільшується (нестационарність процесу). Порушується і властивість ординарності. Однак дослідження показали, що не буде великої помилки в інженерних розрахунках, якщо прийняти, що ці умови справедливі.

Потік відмов, що задовольняє властивостям стаціонарності, відсутності післядії і ординарності, називають найпростішим потоком.

Допускається, що властивості найпростішого потоку відмов мають елементи електричних мереж, що перебувають в нормальному періоді роботи і мають достатній резерв з потужності (пропускної здатності).

Для характеристики потоку відмов вводиться параметр потоку відмов елемента

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = \frac{p(t, t + dt)}{dt}.$$

Статистично параметр потоку відмов визначається відношенням числа елементів  $n$ , що відмовили в інтервалі  $(t, t + \Delta t)$ , до числа елементів, що перебувають під спостереженням  $N(t)$ , за умови, що всі елементи, які вийшли з ладу, замінюють працездатними

$$\hat{\omega}(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N(t)}.$$

При найпростішому потоці відмов параметр потоку і інтенсивність відмов не залежать від часу і рівні між собою

$$\omega(t) = \lambda(t) = \omega = \lambda = \text{const}.$$

В цьому випадку ймовірність безвідмовної роботи елемента описується експоненціальним законом розподілу.

Відновлення елемента вимагає часу, яким не можна зневажити, яке порівнянне з часом функціонування елемента.

Час відновлення складається звичайно з часу, який потрібен щоб знайти несправний елемент або виявити, що він несправний, і часу, що потрібен, щоб замінити елемент, що відмовив новим або зробити ремонт елемента, що відмовив.

Моменти часу

$$t''_1 = T_1 + \tau_1;$$

$$t''_2 = T_1 + \tau_1 + T_2 + \tau_2;$$

...

$$t''_n = T_1 + \tau_1 + T_2 + \dots + \tau_{n-1} + T_n + \tau_n$$

будемо називати часом відновлення і вони утворюють потік відновлень. Припускаємо, що величини  $T_i$  і  $\tau_i$  незалежні.

Ймовірність відновлення елемента за заданий час, тобто ймовірність того, що час відновлення менше заданого

$$G(t) = p(\varphi_B < t),$$

де  $\varphi_B$  – випадковий інтервал часу від початку до закінчення відновлення.

Статистично  $G(t)$  визначають як відношення числа випадків  $m(t)$ , коли відновлення елемента тривало менше інтервалу  $t$ , до загального числа спостережуваних випадків відновлення  $M(0)$

$$\hat{G}(t) = \frac{m(t)}{M(0)}.$$

Середній час відновлення або математичне очікування часу відновлення

$$\tau = M(\varphi_B) = \int_0^{\infty} G(t) dt.$$

Статистично  $\tau$  – сумарний час відновлення, зафіксований за  $M$  випадків відновлення, віднесений до кількості цих випадків

$$\tau = \sum_{i=1}^M \frac{\varphi_{B_i}}{m}.$$

Інтенсивність відновлення – аналогічно інтенсивності відмов подається як умовна ймовірність відновлення елемента за проміжок  $(t, t+\Delta t)$  за умови, що до цього моменту він відновлений не був

$$\mu(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p(t < \varphi_B < t + \Delta t / \varphi_B > t)}{\Delta t} = \frac{p(t < \varphi_B < t + dt / \varphi_B > t)}{dt},$$

$$\mu(t) = \frac{m(t, \Delta t)}{M(t) \Delta t}.$$

Як параметр експоненціального розподілу відновлення використовують інтенсивність відновлення  $\mu$ .

Ймовірність відновлення елемента за час від 0 до  $t$

$$G(t) = 1 - e^{-\mu t},$$

середній час відновлення

$$\tau = \frac{1}{\mu}.$$

Для інженерних розрахунків надійності в електричних мережах приймають, що час безвідмовної роботи  $T$  і час відновлення  $t$  розподіляються за експоненціальним законом.



## ЛЕКЦІЯ 7 ЗАКОНИ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ В ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

Розглянемо декілька законів розподілу випадкової величини, які використовуються в теорії надійності.

Експоненціальний розподіл визначається одним параметром – інтенсивністю відмов  $\lambda$ , а показники надійності дорівнюють:

– ймовірність безвідмовної роботи в інтервалі від 0 до  $t$

$$R(t) = e^{-\lambda t};$$

– ймовірність відмови (рис. 7.1)

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\lambda t};$$

– щільність ймовірності відмови (рис. 7.2)

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t};$$

– середній час безвідмовної роботи

$$T = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda t) dt = \frac{1}{\lambda};$$

– інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{\int_0^{\infty} f(x) dx} = \frac{f(x)}{R(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda.$$

Останній вираз припускає, що встаткування, в якого час безвідмовної роботи має експоненціальний розподіл, не старіє. Якщо об'єкт почав функціонувати в нескінченно віддалений момент часу в минулому, то кількість відмов в інтервалі  $[0, t]$  залежить лише від його довжини, тобто розглядається стаціонарний стан.

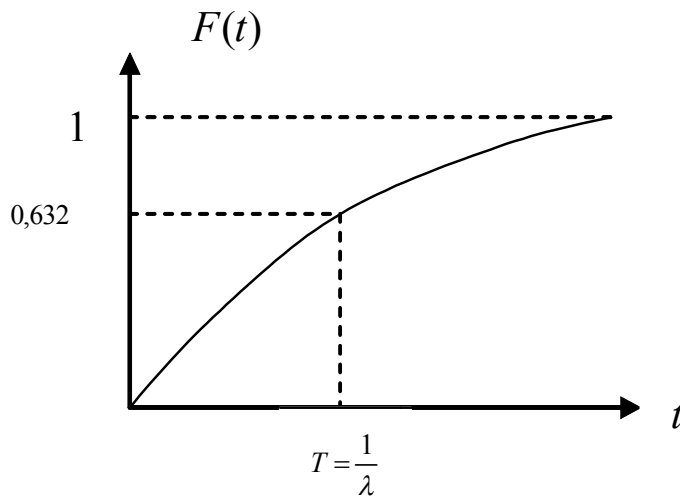


Рисунок 7.1 – Графік залежності ймовірності відмови від часу

Тому в електроенергетиці при вирішенні практичних завдань інтенсивність відмов вважають постійною протягом тривалого часу.

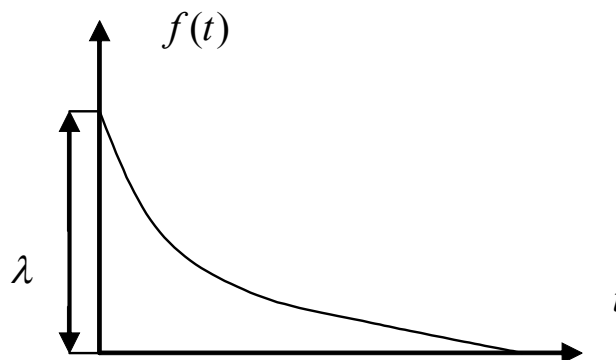


Рисунок 7.2 – Залежність щільності ймовірності відмови від часу

Розглянемо рівномірний закон розподілу випадкової величини, який досить часто використовується в теорії надійності.

Визначимо основні характеристики:

– щільність ймовірності відмови

$$f(t) = \frac{1}{T},$$

де  $T$  – час функціонування елемента;

– ймовірність відмови на інтервалі  $t = 0$ , до  $t$

$$F(t) = \int_0^t f(t) dt = \int_0^t \frac{1}{T} dt = \frac{t}{T} \Big|_0^t = \frac{t}{T};$$

– ймовірність безвідмовної роботи

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \frac{t}{T};$$

– середній час безвідмовної роботи

$$T_{\text{cp}} = \int_0^T \left(1 - \frac{t}{T}\right) dt = T - \frac{t^2}{2T} \Big|_0^T = T - \frac{T^2}{2T} = \frac{T}{2};$$

– інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = \frac{\frac{1}{T}}{1 - \frac{t}{T}} = \frac{T}{T(T-t)} = \frac{1}{T-t}.$$

На рисунку 7.3 наведено графік щільності ймовірності відмови, а на рисунку 7.4 – графік ймовірності відмови.

За допомогою розподілу Вейбула досліджують інтенсивність відмов для періодів приробляння і старіння.

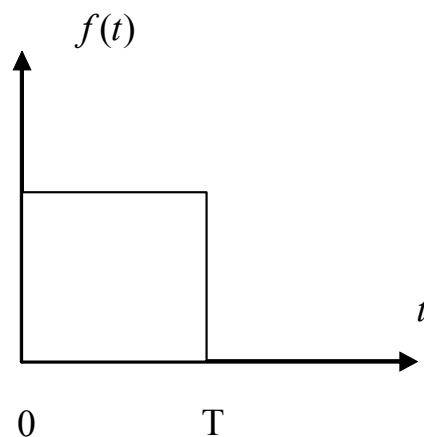


Рисунок 7.3 – Графік щільності ймовірності відмови

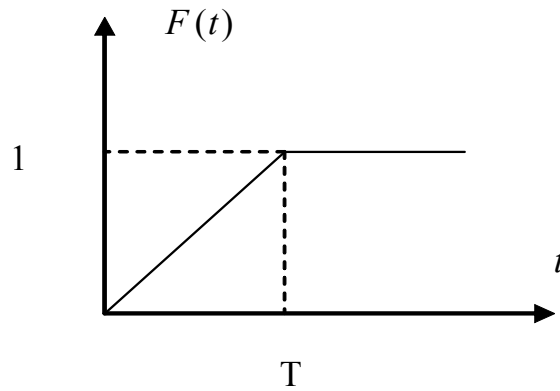


Рисунок 7.4 – Графік ймовірності відмови

Щільність відмов (рис. 7.5)

$$f(t) = \frac{dR(t)}{dt} = \frac{b}{a} \cdot t^{b-1} e^{-t^b a^{-1}},$$

де  $a$  і  $b$  – постійні розподілу.

При  $b = 1$  розподіл Вейбула перетворюється в експоненціальний; при  $b < 1$  – підвищена інтенсивність відмов  $\lambda(t)$  в період приробляння; при  $b = 1,5$  інтенсивність відмов  $\lambda(t)$  майже постійна; при  $b=2,0$   $\lambda(t)$  мало залежить від часу, підвищуючись при тривалій експлуатації; при  $b = 3,0$   $\lambda(t)$  істотно залежить від часу.

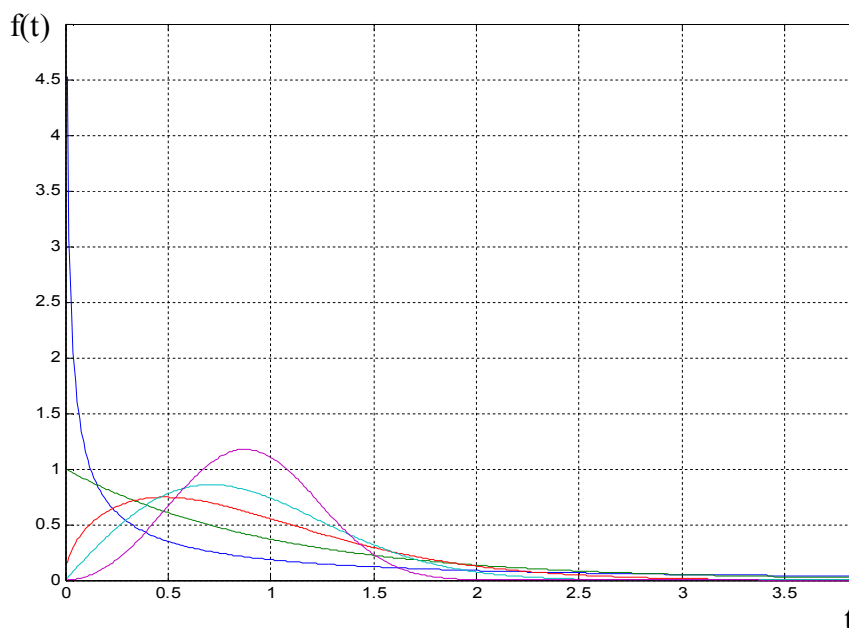


Рисунок 7.5 – Графік щільності відмов

Для розподілу Вейбула:

– ймовірність безвідмовної роботи

$$R(t) = e^{-t^b a^{-1}};$$

– ймовірність відмови

$$F(t) = 1 - e^{-t^b a^{-1}};$$

– середній час безвідмовної роботи

$$T = a^{b^{-1}} \Gamma(b^{-1} + 1),$$

де  $\Gamma(b^{-1} + 1)$  – гама-функція,  $\Gamma(b^{-1} + 1) = \int_0^{\infty} x b^{-1} e^{-x} dx$ ,

– інтенсивність відмов (рис. 7.6)

$$\lambda(t) = b a^{-1} t^{b-1}.$$

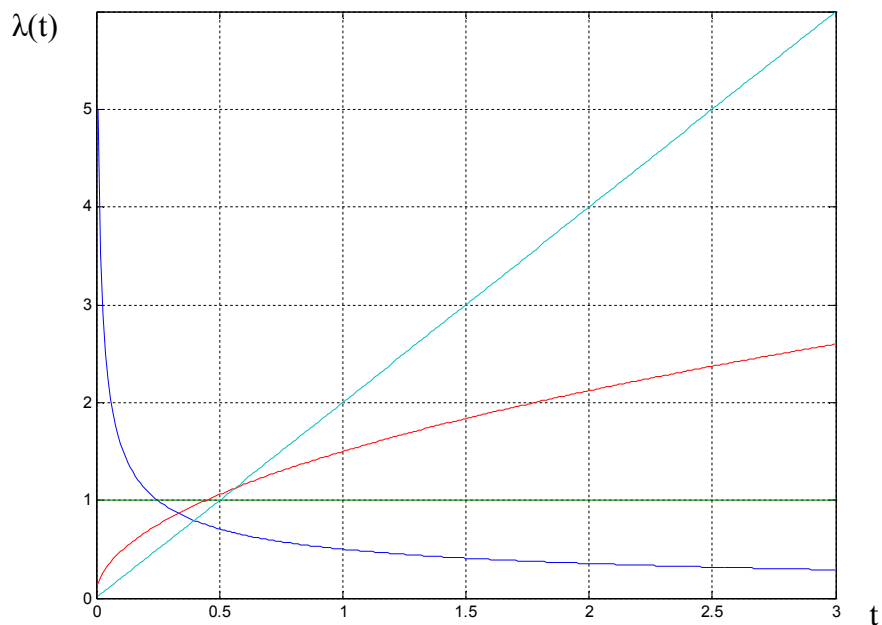


Рисунок 7.6 – Графік інтенсивності відмов

Гамма-розподіл характеризується щільністю розподілу

$$f(t) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} t^{a-1} e^{-bt},$$

де  $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} x^{a-1} e^{-x} dx$  – гама функція.

Для теорії надійності практичний інтерес представляє випадок, коли  $a$  – ціле число. При  $a=1$  гама-розподіл перетворюється в експоненціальний. При  $a>1$  гама-розподіл є розподілом суми  $a$  незалежних випадкових величин, кожна з яких має експоненціальний розподіл:

$$f(t) = b \frac{(bt)^{a-1}}{(a-1)!} e^{-bt};$$

$$R(t) = e^{-bt} \sum_{i=0}^{a-1} \frac{(bt)^i}{i!};$$

$$\lambda(t) = \frac{b(bt)^{a-1}}{(a-1)! \sum_{i=0}^{a-1} \frac{(bt)^i}{i!}}; \quad T = ab^{-1}.$$

Біноміальний розподіл може бути використано, коли елементи системи перебувають в стані працездатності або непрацездатності і ймовірність настання того або іншого стану для всіх елементів однакова і незмінна. Ймовірності деякої події системи являють собою члени розкладання бінома  $(p+q)^n$ , де  $p$  і  $q$  – відповідно ймовірності працездатного і непрацездатного станів кожного елемента.

Число комбінацій з  $n$  елементів при  $m$  працездатних елементах становить число сполучень з  $n$  по  $m$

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

За теоремою множення ймовірність кожної комбінації для незалежних подій становить  $p^m q^{n-m}$ . Оскільки комбінації несумісні, за теоремою додавання ймовірність того, що з  $n$  елементів виявляться працездатними рівно  $m$  елементів, визначають в такий спосіб:

$$P_{m,n} = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m (1-p)^{n-m}.$$

Розподіл Пуассона – граничний випадок біноміального розподілу при досить великому  $n$  і малій ймовірності події. Випадкова величина розподілена за законом Пуассона, якщо ймовірність того, що вона прийме певне значення  $m$ , виражається формулою

$$p_m = \frac{a^m}{m!} e^{-a}, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

де  $a$  – параметр закону Пуассона.

При цьому

$$M(x) = D(x) = a.$$

Розподіл Пуассона є прийнятною моделлю для оцінки ймовірності настання певного числа подій (зміна стану системи) в заданий проміжок часу від 0 до  $t$ , якщо розглянуті події не залежать друг від друга.

Раптові відмови, що носять випадковий характер, звичайно досить добре можуть бути описані експонентним законом: навпаки, відмови, що виникають в результаті зношування, в результаті необоротних фізико-хімічних змін фізичних параметрів елемента вже не підкоряються експонентному закону. Ці відмови, що носять назви поступових, в багатьох випадках досить добре описуються нормальним законом.

Для нормального закону надійності функція надійності (ймовірність безвідмовної роботи) має вигляд

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{t-T_0}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Оскільки звичайно  $\sigma \ll T_0$ , то це рівняння можна записати і більш просто

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{t-T_0}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx,$$

де  $T_0$  – середній час безвідмовної роботи;

$$\sigma^2 = D.$$

Можна показати, що небезпека відмови (щільність умовної імовірності відмови в момент  $t$ , за умови що до цього моменту елемент працював безвідмовно) для нормального закону має такий вигляд зображений на рисунку 7.7.

З графіку видно, що функція монотонно зростає і після значення  $t = T_0$  починає наближатися до асимптоти  $y = \frac{t - T_0}{\sigma}$ .

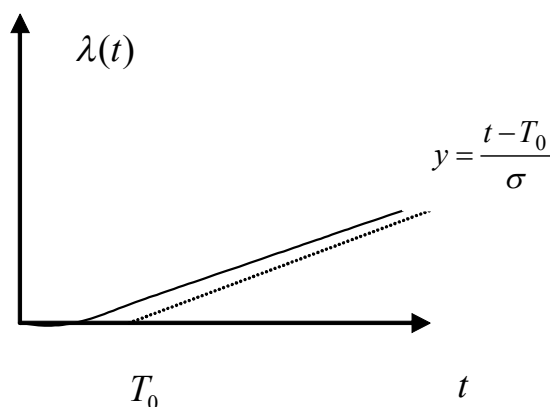


Рисунок 7.7 – Графік залежності щільності умовної імовірності відмови

В реального елемента часто сполучаються обидва типи відмов. В ньому може відбутися раптова відмова, але паралельно йде старіння елемента, що приводить до поступової відмови, якщо до цього не відбувся раптовий. Такий елемент можна розглядати що складається як би з двох частин, в одній з яких може відбутися тільки раптова відмова, а в інший тільки поступовий. Елемент працює до першої з цих відмов.

Якщо  $P_1(t)$  – ймовірність того, що за час  $t$  не відбудеться раптова відмова, а  $P_2(t)$  – ймовірність, того що за цей час не відбудеться поступової



відмови, то, припускаючи, що ці відмови виникають незалежно одна від одної, одержимо, що функція надійності елемента  $P(t)$  дорівнює

$$P(t) = P_1(t)P_2(t) = e^{-\lambda t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{t-T_0}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

## ЛЕКЦІЯ 8 ВИЗНАЧЕННЯ ОБСЯГУ СПОСТЕРЕЖЕНЬ ТА ДОВІРЧИХ ІНТЕРВАЛІВ ДЛЯ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ

Однією з важливих задач є визначення мінімального обсягу статистичної інформації, за яким з необхідною вірогідністю можна одержати показники надійності елементів СЕП.

Відповідно до ГОСТ 27.502–83 методи визначення мінімального числа об'єктів спостережень можуть бути параметричними (при відомому виді закону розподілу досліджуваної випадкової величини) і непараметричними (вид закону розподілу невідомий).

Якщо відомий закон розподілу шуканої величини, варто задатися відносною (або абсолютною) похибкою з довірчою ймовірністю  $\beta$ . Крім того, необхідно мати оцінку випадкової величини  $x_{\text{досл}}$ , отриману на підставі дослідів або по вибірках з множини значень випадкової величини. Для двохпараметричних законів розподілу необхідно також вибіркове середнє квадратичне відхилення  $\sigma_{\text{досл}}$ .

Так, при експонентному законі, коли функція щільності ймовірності задана в вигляді

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad \text{при } t \geq 0.$$

Число  $N$  об'єктів спостереження залежить від відносної похибки  $\delta$  визначення середнього значення  $t_{\text{ср}}$  досліджуваної випадкової величини  $t$  з довірчою ймовірністю  $\beta$ .

Відносну помилку визначають як

$$\delta = (t^B - t_{\text{ср}}) / t_{\text{ср}},$$

де  $t^B$  – верхня одностороння довірна границя.

Рекомендують використовувати довірчі ймовірності  $\beta$ , рівні 0,80; 0,90; 0,95; 0,99.

Число  $N$  об'єктів спостережень визначають з формули

$$\delta + 1 = 2N / \chi^2(1 - \beta; 2N),$$

де  $\chi^2(1 - \beta; 2N)$  – квантиль розподілу  $\chi^2$  при числі ступенів волі  $2N$ .

Формули і приклади розрахунку числа  $N$  приведені в ГОСТ 27.502–83 також для закону розподілу Вейбулла, нормального і логарифмічно нормального закону.

При невідомому виді закону розподілу випадкової величини мінімальне число  $N$  для перевірки необхідної ймовірності  $P(t)$  безвідмовної роботи протягом деякого часу  $t$  з довірчою ймовірністю  $\beta$  задається за умови відсутності відмов за час  $t$

$$N = \ln(1 - \beta) / \ln P(t).$$

Якщо при випробуваннях  $N$  об'єктів за час  $t$  не буде відзначено жодної відмови, результати спостережень вважаються задовільними. Якщо ж відбудеться хоча б одна відмова, то необхідне значення ймовірності не підтверджується.

Визначення мінімального обсягу статистичної інформації розглянемо на прикладі.

Приклад 1. Визначити обсяг випробувань дизель-генераторів аварійної електростанції для АЕС. Задана ймовірність безвідмовної роботи  $P(t_p) = 0,9$  протягом розрахункового часу ліквідації аварії  $t_p = 240$  год. Довірчу ймовірність того, що  $P(t_p) \geq 0,9$ , приймемо  $\beta = 0,95$ . Тоді, вважаючи, що закон розподілу наробітку на відмову для даного типу встаткування ще невідомий, одержуємо

$$N = \ln(1 - 0,95) / \ln(0,9) = 2,9957 / 0,1054 = 28,43.$$

Це означає, що на випробування протягом 240 годин необхідно поставити 30 дизель-генераторів. Якщо за цей час не відбудеться жодної відмови, то  $P(240) \geq 0,9$ . В протилежному випадку  $P(240) < 0,9$ .

В результаті проведення випробувань можна одержати значення чисельної характеристики випадкового процесу, наприклад, математичного очікування.

Така оцінка називають «точковою». Будемо називати цю величину параметром  $\alpha$ . В ряді завдань потрібно не тільки знайти для параметра  $\alpha$  підходяще чисельне значення, але і оцінити його точність і надійність.

Потрібно знати, до яких помилок може призвести заміна параметра  $\alpha$  його точковою оцінкою  $\tilde{\alpha}$  і з яким ступенем упевненості можна чекати, що ці помилки не вийдуть за відомі межі.

Такі завдання особливо актуальні при малому числі спостережень, коли точкова оцінка  $\tilde{\alpha}$  значною мірою випадкова і наближена, а заміна  $\alpha$  на  $\tilde{\alpha}$  може призвести до серйозних помилок.

Щоб сформулювати уявлення про точність і надійність оцінки  $\tilde{\alpha}$ , в математичній статистиці користуються так званими довірчими інтервалами і довірчими ймовірностями.

Нехай для параметра  $\alpha$  отримана з досвіду незміщена оцінка  $\tilde{\alpha}$ . Ми бажаємо оцінити можливу помилку. Призначимо деяку досить більшу ймовірність  $\beta$  (наприклад,  $\beta=0,9$  або  $0,99$ ), таку, що подію з ймовірністю  $\beta$  можна вважати практично достовірною, і знайдемо таке значення  $\varepsilon$ , для якого

$$P(|\tilde{\alpha} - \alpha| < \varepsilon) = \beta.$$

Тоді діапазон практично можливих значень помилки, що виникає при заміні  $\alpha$  на  $\tilde{\alpha}$ , буде  $\pm\varepsilon$ ; більші за абсолютною величиною помилки будуть з'являтися тільки з малою ймовірністю  $\delta = 1 - \beta$ .

Перепишемо попереднє співвідношення в вигляді

$$P(\tilde{\alpha} - \varepsilon < \alpha < \tilde{\alpha} + \varepsilon) = \beta.$$

Рівність означає, що з ймовірністю  $\beta$  невідоме значення параметра  $\alpha$  попадає в інтервал

$$I_{\beta} = (\tilde{\alpha} - \varepsilon; \tilde{\alpha} + \varepsilon).$$

Ймовірність  $\beta$  прийнято називати довірчою ймовірністю, а інтервал  $I_{\beta}$  – довірчим інтервалом. Границі інтервалу  $I_{\beta}$

$$\alpha_1 = \tilde{\alpha} - \varepsilon; \quad \alpha_2 = \tilde{\alpha} + \varepsilon$$

називають довірчими границями.

Розглянемо завдання про довірчий інтервал для математичного очікування. Будемо виходити з того, що величина  $\tilde{m}$  розподілена за нормальним законом. Характеристики цього закону – математичне очікування і дисперсія – дорівнюють відповідно  $m$  і  $\frac{D}{n}$ .

Припустимо, що величина  $D$  є відомою, і знайдемо таку величину  $\varepsilon_\beta$ , для якої

$$P(|\tilde{m} - m| < \varepsilon_\beta) = \beta.$$

Виразимо ймовірність в лівій частині через нормальну функцію розподілу

$$P(|\tilde{m} - m| < \varepsilon_\beta) = 2\Phi^*\left(\frac{\varepsilon_\beta}{\sigma_{\tilde{m}}}\right) - 1,$$

де  $\sigma_{\tilde{m}} = \sqrt{\frac{D}{n}}$  – середнє квадратичне відхилення оцінки  $\tilde{m}$ .

З попереднього рівняння отримаємо

$$2\Phi^*\left(\frac{\varepsilon_\beta}{\sigma_{\tilde{m}}}\right) - 1 = \beta.$$

Знаходимо значення  $\varepsilon_\beta$

$$\varepsilon_\beta = \sigma_{\tilde{m}} \arg \Phi^*\left(\frac{1+\beta}{2}\right),$$

де  $\arg \Phi^*(x)$  – функція, зворотна до  $\Phi^*(x)$ , тобто таке значення аргументу, при якому нормальна функція розподілу дорівнює  $x$ .

Дисперсія  $D$ , через яку виражена величина  $\sigma_{\tilde{m}}$ , в точності не відома, в якості її орієнтовного значення можна скористатися оцінкою  $\bar{D}$  і покласти приблизно

$$\sigma_{\tilde{m}} = \sqrt{\frac{\bar{D}}{n}}.$$

Таким чином, приблизно розв'язано задачу побудови довірчого інтервалу, що дорівнює

$$I_{\beta} = (\tilde{m} - \varepsilon_{\beta}; \tilde{m} + \varepsilon_{\beta}).$$

## ЛЕКЦІЯ 9 ЗАГАЛЬНА МОДЕЛЬ ВІДМОВ УСТАТКУВАННЯ

Один зі способів подання ймовірностей переходу системи, що містить декілька елементів, з одного стану в інший, полягає в побудові діаграми переходів. Діаграма переходів являє собою графа, вершини якого відповідають станам системи, а напрямок дуги вказує можливі переходи від одного стану до іншого. Ймовірності переходів відзначаються ризиками, приписуваними кожній дузі. Сума ймовірностей для дуг, що виходять з будь-якої вершини графа, повинна дорівнювати одиниці. Графи, що мають такі властивості, називають марківськими ланцюгами (рис. 9.1). Їх було запропоновано для вивчення процесів масового обслуговування російським вченим А. А. Марковим.

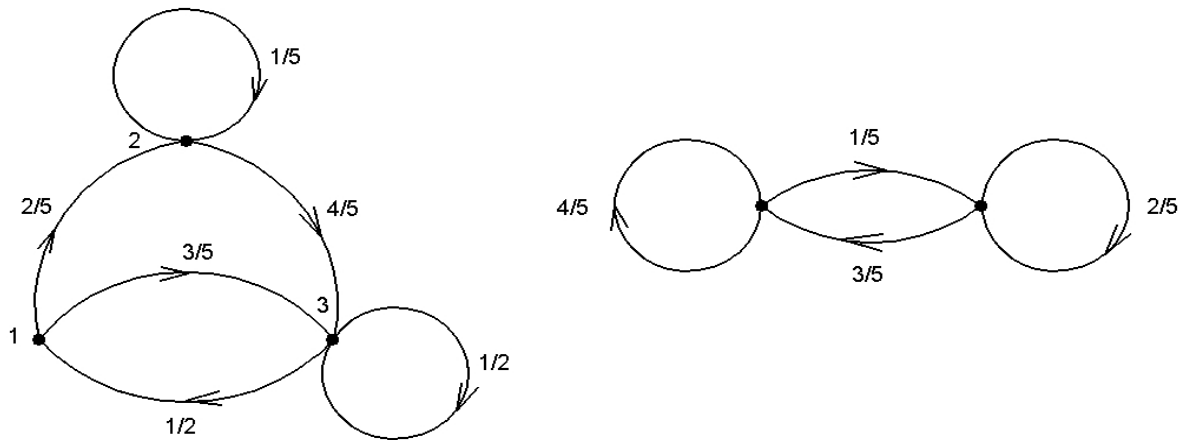


Рисунок 9.1 – Приклади марківських ланцюгів

До марківських ланцюгів можуть бути зведені багато процесів в різних галузях науки і техніки, будемо їх використовувати для побудови моделі відмов.

Устаткування електроенергетичних установок з часом відмовляє. Математичний опис процесу виникнення відмови зображають моделлю відмов. В більшості випадків елементи установок, що відмовили відновлюють. Включення в роботу резервних елементів дозволяє відновити працездатність устаткування без припинення функціонування установки.

Процес відновлення і профілактики встаткування не виключає повністю можливості відмов установки, але в значній мірі знижує їхню ймовірність, тобто підвищує надійність. Математичний опис цих процесів називають моделлю надійності. Моделі відмов і моделі надійності використовують для розрахунку показників надійності.

Перейдемо до розгляду моделі відмов, більше близької до фізики зношування і старіння. Припустимо, що елемент устаткування в момент  $t$  може перебуває в кожному з  $N+1$  станів – від  $E_N$  до  $E_0$ . Граф переходів з одного стану в інший зображено на рисунку 12.

На рисунку 9.2 прийняті наступні позначення:  $E_0$  – стан відмови,  $\lambda_0$  – інтенсивність раптових відмов,  $\lambda_1$  – параметр потоку переходів від стану  $E_{k+1}$  до стану  $E_k$  ( $k=1, 2, \dots, N-1$ ), обумовлений як

$$\lambda_1 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_1(t, t + \Delta t)}{\Delta t},$$

де  $P_1(t, t + \Delta t)$  – ймовірність одного переходу зі стану в стан в інтервалі  $(t, t + \Delta t)$ .

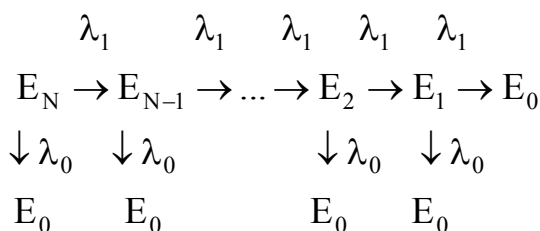


Рисунок 9,2 – Граф переходів з одного стану в інші при раптових і поступових відмовах без відновлення

Передбачають, що за  $N$  етапів елемент остаточно зношується і наступає відмова. Миттєвий параметр – потік впливів, що зношують елемент на одну  $N$ -у частину, приймається рівним  $\lambda_1$ , крім відмов, які пов'язані зі зносом, спостерігаються також раптові відмови з інтенсивністю відмов  $\lambda_0$ .

Ймовірнісний закон переходів сформулюємо в такий спосіб. Якщо елемент в момент часу  $t$  перебуває в стані  $E_k$  ( $2 \leq k \leq N$ ), то ймовірність переходу за час  $\Delta t$  в стан  $E_{k-1}$  є  $\lambda_1 \cdot \Delta t + 0(t)$ , а в стан  $E_0$  –  $\lambda_0 \cdot \Delta t + 0(t)$ . При  $k=1$  ймовірність переходу в стан  $E_0$  за час  $\Delta t$  дорівнює  $(\lambda_0 + \lambda_1) \cdot \Delta t + 0(t)$ .

Ймовірність двох і більше переходів в інтервалі  $(t, t + \Delta t)$  дорівнює  $0(t)$ . Через  $0(t)$  позначені величини зовнішнього порядку малості в порівнянні з  $\lambda_0$  і  $\lambda_1$ .

Нехай  $P_k(t)$  – ймовірність знаходження елемента в стані  $E_k$  у момент  $t (1 \leq k \leq N - 1)$ .

Ця ймовірність складається з наступних складових:

1) ймовірності того, що в момент  $t$  елемент був в стані  $E_k$  і в інтервалі  $(t, t + \Delta t)$  не відбулося переходу в інший стан,  $P_k(t)[1 - \lambda_0 \Delta t - \lambda_1 \Delta t + 0(\Delta t)]$ ;

2) ймовірності того, що в момент  $t$  елемент був в стані  $E_{k+1}$  і в інтервалі  $(t, t + \Delta t)$  відбувся один перехід в стан  $E_k$  –  $P_{k+1}(t)[\lambda_1 \Delta t + 0(\Delta t)]$ ;

3) ймовірності того, що в момент  $t$  елемент був в стані  $E_{k+r}$ , де  $r > 1$ , і за час від  $t$  до  $t + \Delta t$  відбулося  $r$  переходів –  $P_{k+r}(t) \cdot 0(\Delta t)$ .

Враховуючи всі складові, запишемо наступне рівняння

$$P_k(t + \Delta t) = P_k(t)[1 - \lambda_0 \Delta t - \lambda_1 \Delta t] + P_{k+1}(t)\lambda_1 \Delta t + 0(\Delta t).$$

Робимо алгебраїчні перетворення

$$P_k(t + \Delta t) - P_k(t) = -P_k(t)(\lambda_0 + \lambda_1)\Delta t + P_{k+1}(t)\lambda_1 \Delta t + 0(\Delta t);$$

$$\frac{P_k(t + \Delta t) - P_k(t)}{\Delta t} = -(\lambda_0 + \lambda_1) \cdot P_k(t) + \lambda_1 P_{k+1}(t) + \frac{0(\Delta t)}{\Delta t}.$$

Зробимо граничний перехід, і одержуємо похідну

$$P'_k(t) = -(\lambda_0 + \lambda_1) \cdot P_k(t) + \lambda_1 P_{k+1}(t).$$

Очевидно, що

$$P'_N = -(\lambda_0 + \lambda_1) \cdot P_N(t).$$

Безвідмовну роботу елемента можна визначити як суму подій знаходження його в кожному зі станів  $E_k (1 \leq k \leq N)$ . Ймовірність безвідмовної роботи визначається при цьому як ймовірність суми подій, що за теоремою додавання ймовірностей дає

$$\sum_{k=1}^N P_k(t) = P(t).$$

Похідна суми дорівнює сумі похідних

$$P'(t) = \sum_{k=1}^N P'_k(t) = -\lambda_1 P_1(t) - \lambda_0 \sum_{k=1}^N P_k(t).$$

На підставі двох попередніх рівнянь отримаємо

$$P'_k(t) = -\lambda_1 \cdot P_1(t) - \lambda_0 P(t).$$

Розв'язання останнього рівняння при початкових умовах  $P_N(0) = 1$ ,  $P_k(0) = 0$  і  $P(0) = 1$

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t} \left[ 1 - \lambda_1 \int_0^t e^{-\lambda_1 x} (\lambda_1 x)^{N-1} / (N-1)! dx \right].$$

Розглянемо окремі граничні випадки розглянутої моделі:

1)  $\lambda_0 > 0$ ;  $\lambda_1 = 0$ ; число  $N$  кінцеве; експоненціальний закон; випадкові відмови

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t};$$

2)  $\lambda_0 = 0$ ;  $\lambda_1 > 0$ ; число  $N$  кінцеве; гамма-розподіл; пізні відмови

$$P(t) = 1 - \lambda_1 \int_0^t e^{-\lambda_1 x} (\lambda_1 x)^{N-1} / (N-1)! dx.$$

Виразивши  $(N-1)!$  через гамма-функцію, одержимо

$$P(t) = 1 - \int_0^t e^{-\lambda_1 x} \lambda_1^N x^{N-1} \frac{dx}{\Gamma(N)}.$$

3)  $\lambda_0 > 0$ ;  $\lambda_1 > 0$ ;  $N \rightarrow \infty$ ; розподіл прагне до експоненціального, тому що початок старіння зміщується в нескінченність.

4)  $\lambda_0 = 0$ ;  $\lambda_1 = \beta N$ ; число  $N$  велике; змінний закон розподілу; рівномірне зношування; при цьому

$$P(t) = 0,5 - \Phi_0[\beta \sqrt{N}(t - 1/\beta)].$$



## ЛЕКЦІЯ 10 МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ УСТАНОВКИ З ПОПЕРЕДНЬОЮ ЕКСПЛУАТАЦІЄЮ

Процес експлуатації установок призводить до збільшення імовірності відмови. Іноді виникає необхідність дати оцінку імовірності відмови починаючи з якогось моменту часу, враховуючи, що до цього моменту часу установка вже функціонувала.

Побудуємо модель надійності установки з попередньою експлуатацією

Зобразимо процес відмови установки у вигляді ланцюга Маркова (рис. 10.1).

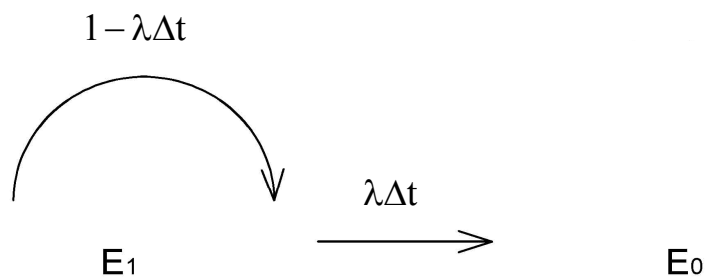


Рисунок 10.1 – Граф переходів для моделі надійності установок з відновленням

Припустимо, що деяка установка може перебувати у двох станах –  $E_1$  працездатному, з імовірністю  $P_1(t)$ , і –  $E_0$  непрацездатному (відмова), з імовірністю  $P_0(t)$ .

З моделі видно, що з імовірністю  $\lambda \Delta t$  елемент переходить із працездатного стану в непрацездатне, а з імовірністю  $1 - \lambda \Delta t$  залишається в працездатному стані.

Для того, щоб елемент перебував у працездатному стані в момент часу  $t + \Delta t$ , необхідно, щоб він був справний у момент часу  $t$  й не відбулося переходу з імовірністю  $\lambda \Delta t$  в непрацездатний стан. Тому, для визначення ймовірності знайти елемент у працездатному стані в момент часу  $t + \Delta t$ , по теоремі множення ймовірностей, можна записати

$$P_1(t + \Delta t) = P_1(t) \cdot (1 - \lambda \Delta t).$$

Перетворимо отримане вираження, розкривши дужки

$$P_1(t + \Delta t) = P_1(t) - P_1(t)\lambda\Delta t$$

і перенесемо  $P_1(t)$  в із правої частини, у ліву частину рівняння

$$P_1(t + \Delta t) - P_1(t) = -P_1(t)\lambda\Delta t.$$

Розділимо ліву й праву частину рівняння на  $\Delta t$  й одержимо наступне вираження

$$\frac{P_1(t + \Delta t) - P_1(t)}{\Delta t} = -P_1(t)\lambda.$$

Спрямуємо  $\Delta t$  до нуля й зробимо граничний перехід

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_1(t + \Delta t) - P_1(t)}{\Delta t} = -P_1(t)\lambda,$$

одержимо диференціальне рівняння відносно  $P_1(t)$

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -P_1(t)\lambda,$$

або

$$\frac{dP_1(t)}{dt} + P_1(t)\lambda = 0.$$

Розв'язання однорідного лінійного диференціального рівняння першого порядку будемо шукати у вигляді

$$P_1(t) = C \cdot e^{kt},$$

де  $C$  – постійна інтегрування.

Константу  $k$  знайдемо з диференціального рівняння, підставивши в нього рішення

$$k + \lambda = 0, \quad k = -\lambda.$$

Таким чином, можна записати

$$P_1(t) = C \cdot e^{-\lambda t}.$$

Постійну інтегрування  $C$  знайдемо з початкових умов. Припустимо, що  $P_1(0) = P_{1н}$ , тоді для  $t=0$  можна записати

$$P_{1н} = C \cdot e^{-\lambda \cdot 0}.$$

З останнього рівняння треба, що

$$P_1(t) = P_{1н} \cdot e^{-\lambda t}.$$

Отримане вираження відповідає експонентному закону розподілу відмов, але володіє тим достоїнством, що враховує початкове значення ймовірності безвідмовної роботи.

## **ЛЕКЦІЯ 11 МОДЕЛЬ НАДІЙНОСТІ УСТАНОВОК З ВІДНОВЛЕННЯМ ТА РЕЗЕРВУВАННЯМ**

При експоненціальному законі розподілу часу відновлення і часу між відмовами для розрахунку показників надійності установки з відновленням придатний математичний апарат марківських випадкових процесів.

Дискретний випадковий процес називають марківським, якщо всі імовірнісні характеристики майбутнього протікання цього процесу (при  $t > t_0$ ) залежать лише від того, в якому стані цей процес перебуває в даний момент часу  $t_0$ , і не залежать від того, яким чином цей процес протікав до моменту  $t_0$  (в минулому).

Для марківського процесу «майбутнє» залежить від «минулого» тільки через «сьогодення», тобто майбутнє протікання процесу залежить тільки від тих минулих подій, які вплинули на стан процесу в даний момент.

Встановлено, що якщо всі потоки подій, що приводять систему зі стану в стан є пуассоновськими, то випадковий процес переходів буде марківським процесом з безперервним часом.

Один елемент установки або сама установка без резервування можуть перебувати в двох станах:  $E_1$  – працездатні,  $E_0$  – непрацездатні. Якщо  $\lambda$  – інтенсивність відмов, а  $\mu$  – інтенсивність відновлення, і  $\mu = \frac{1}{\tau}$ , то граф переходів зі стану в стан з позначенням ймовірностей переходів за час  $dt$  буде мати вигляд, наведений на рисунку 11.1.

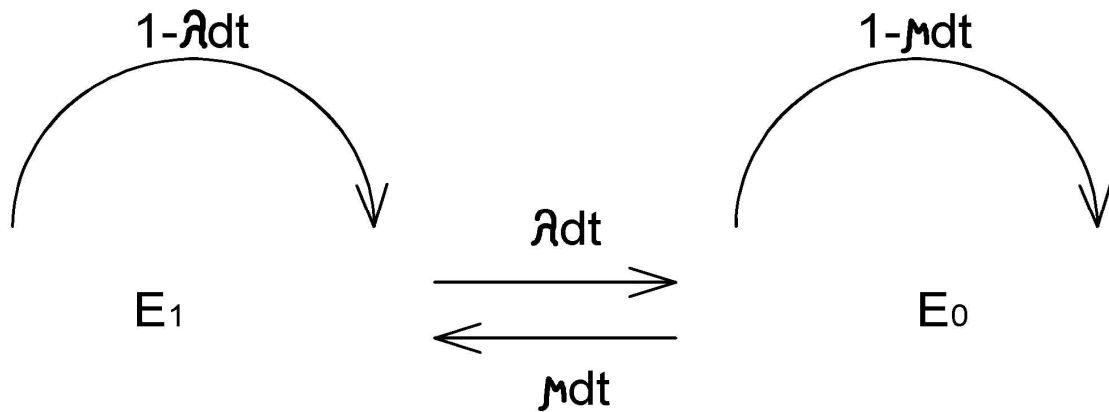


Рисунок 11.1 – Граф переходів для моделі надійності установок з відновленням

В відповідності до графа переходів, за формулою повної ймовірності

$$P_1(t + \Delta t) = [1 - \lambda \Delta t + o(\Delta t)] P_1(t) + [\mu \Delta t + o(\Delta t)] P_0(t)$$

визначимо ймовірність знаходження установки в стані  $E_1$ .

Диференціальні рівняння щодо ймовірностей переходів

$$P'_1(t) = -\lambda_1 \cdot P_1(t) + \mu P_0(t);$$

$$P'_0(t) = \lambda_1 \cdot P_1(t) + \mu P_0(t),$$

де  $P_1(t)$  – ймовірність застати установку в стані  $E_1$  (в момент часу  $t$ );

$P_0(t)$  – ймовірність застати установку в стані  $E_0$  (в момент часу  $t$ ).

При початкових умовах  $P_1(0) = 1$ ,  $P_0(0) = 0$  і умові, що стани  $E_1$  і  $E_0$  являють собою повну групу подій, тобто  $P_1(t) + P_0(t) = 1$ , рішення має вигляд

$$P_1(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \left[ 1 + \frac{\lambda}{\mu} e^{-(\lambda + \mu)t} \right].$$

При миттєвому автоматичному відновленні  $\frac{1}{\mu} = 0$  ймовірність застати установку в момент часу  $t$  в стані  $E_1$  дорівнює 1 ( $P_1(t) = 1$ ). При відсутності відновлення  $\frac{1}{\mu} = \infty$   $P_1(t) = e^{-\lambda t}$ , тобто ймовірність стану  $E_1$ , дорівнює ймовірності безвідмовної роботи.

При досить великому  $t$  ( $t \rightarrow \infty$ ) процес переходів установлюється і ймовірність  $P_1(t)$  перестає залежати від часу (рис. 11.2).

$$P_1(\infty) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = K_{\Gamma}.$$

Слід зазначити, що при відсутності резервування відновлення підвищує надійність тільки відносно готовності, ймовірність безвідмовної роботи при цьому не збільшується.

При послідовному з'єднанні елементів інтенсивність відмов системи може бути дуже велика. Середній час відновлення буде визначатися як математичне очікування часу відновлення на безлічі відмов усіх елементів, а отже воно буде залежати не тільки від часу відновлення елементів, але і від ймовірності відмов цих елементів.

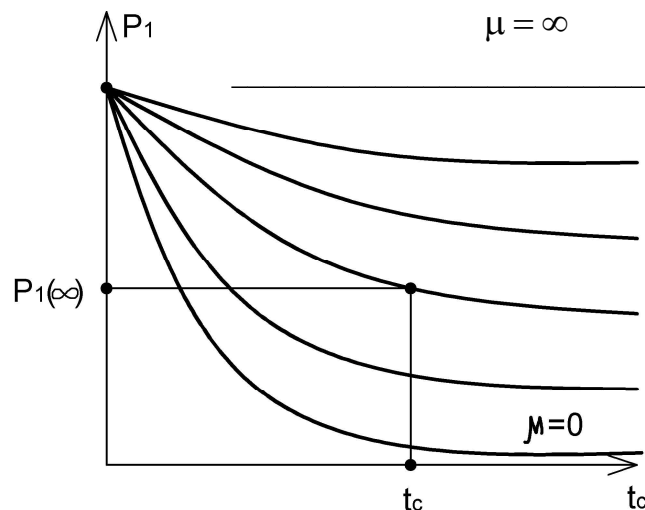


Рисунок 11.2 – Графіки залежності  $P_1$  від часу при різних значеннях інтенсивності відновлення  $\mu$

Резервування елементів є одним з засобів суттєвого покращення надійності роботи систем електропостачання. Розглянемо моделі надійності установок, які мають однократне резервування.

В системі з однократним резервуванням (дублюванням) два елементи. При відмові одного з них система залишається працездатною, а елемент, що відмовив, відновлюється.

Якщо за час відновлення одного елемента другий не відмовляє, то небезпечний режим проходить без наслідків.

Якщо за час відновлення елемента, що відмовив, відмовляє другий, то система губить працездатність до відновлення одного з елементів, що відмовили.

При постійному резервуванні і обмеженому відновленні (відновлюватися може тільки один елемент) система може перебувати в трьох станах:  $E_2$  – працездатні обидва елементи;  $E_1$  – працездатний тільки один елемент;  $E_0$  – обидва елементи непрацездатні.

Зобразимо граф переходів зі стану в стан з позначенням ймовірностей переходів за час  $dt$  на рисунку 11.3.

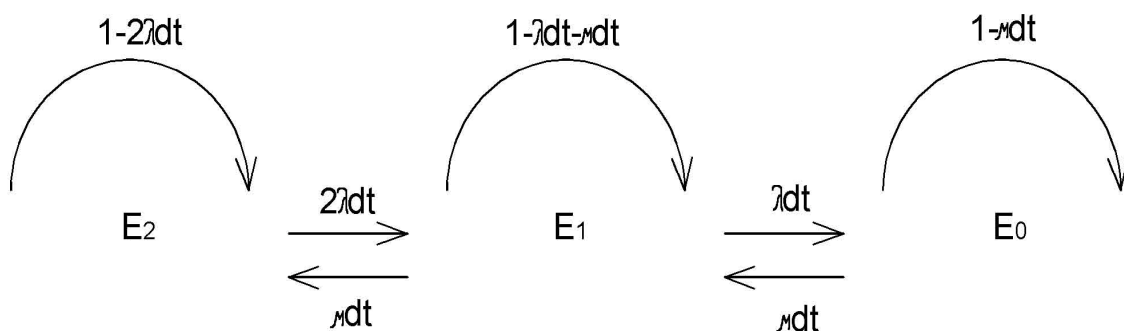


Рисунок 11.3 – Граф переходів зі стану в стан при постійному резервуванні і обмеженому відновленні

Запишемо диференціальні рівняння для ймовірностей

$$P'_2(t) = -2\lambda P_2(t) + \mu P_1(t);$$

$$P'_1(t) = 2\lambda P_2(t) - (\lambda + \mu)P_1(t) + \mu P_0(t);$$

$$P'_0(t) = \lambda P_1(t) - \mu P_0(t).$$

Систему диференціальних рівнянь вирішують за допомогою перетворення Лапласа при початкових умовах  $P_2(0) = 1$ ,  $P_1(0) = 0$ ,  $P_0(0) = 0$  і за умови  $P_2(t) + P_1(t) + P_0(t) = 1$  (повна група подій).

Рішення має вигляд

$$P_0(t) = \frac{2\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2 + \lambda^2} \cdot \left[ 1 + (S_2 \cdot \exp S_1 t - S_1 \cdot \exp S_2 t) / \sqrt{\lambda^2 + 4\lambda\mu} \right],$$

$$\text{де } S_{1,2} = -0,5(3\lambda + 2\mu \mp \sqrt{\lambda^2 + 4\lambda\mu}).$$

Імовірність застати систему в працездатному стані  $\Phi(t) = 1 - P_0(t)$ . При досить великому  $t$  ( $t \rightarrow \infty$ ) процес переходів стабілізується і  $\Phi(t)$  перестає залежати від часу

$$\Phi(t) = 1 - \frac{2\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2 + \lambda^2} = K_{\Gamma}.$$

При резервуванні заміщенням (резервний елемент може відмовити тільки після того, як його включили замість основного, який відмовив) і обмеженому відновленні граф переходів має вигляд наведений на рисунку 11.4.

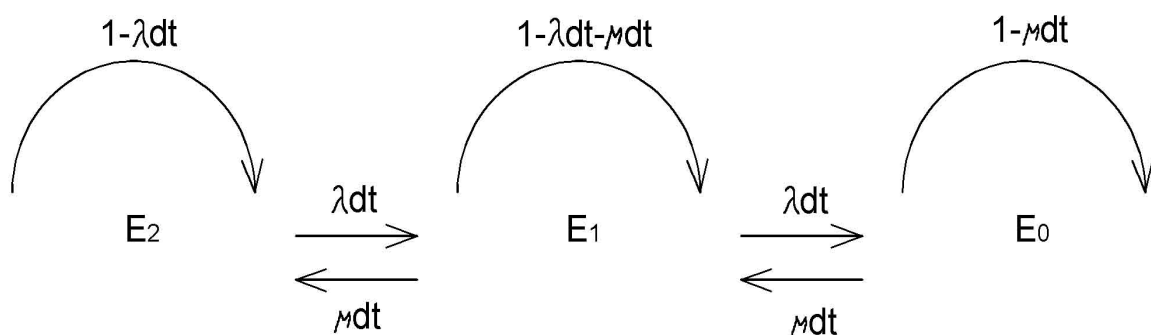


Рисунок 11.4 – Граф переходів при резервуванні заміщенням і обмеженому відновленні

У цьому разі система може перебувати в трьох станах:  $E_2$  – працездатний основний елемент;  $E_1$  – працездатний резервний елемент, а основний ремонтують;  $E_0$  – обидва елементи непрацездатні.

Диференціальні рівняння для ймовірностей станів відповідному цьому графові, мають вигляд

$$P'_2(t) = -\lambda P_2(t) + \mu P_1(t);$$

$$P'_1(t) = \lambda P_2(t) - (\lambda + \mu)P_1(t) + \mu P_0(t);$$

$$P'_0(t) = \lambda P_1(t) - \mu P_0(t).$$

При початкових умовах  $P_2(0) = 1$ ,  $P_1(0) = 0$ ,  $P_0(0) = 0$  і за умови  $P_2(t) + P_1(t) + P_0(t) = 1$  (повна група подій), рішення для  $P_0(t)$  має вигляд

$$P_0(t) = \left\{ \lambda^2 / [(\lambda + \mu)^2 + \lambda\mu] \right\} \cdot \left[ 1 + (S_2 \cdot e^{S_1 t} - S_1 \cdot e^{S_2 t}) / 2\sqrt{\lambda\mu} \right],$$

$$\text{де } S_{1,2} = -(\lambda + \mu \mp \sqrt{\lambda\mu}).$$

Ймовірність застати систему в одному з працездатних станів

$$\Phi(t) = 1 - P_0(t),$$

а при  $t \rightarrow \infty$

$$\Phi(\infty) = 1 - \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2 - \lambda\mu} = K_{\Gamma}.$$

## ЛЕКЦІЯ 12 МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ УСТАНОВОК З ВІДНОВЛЕННЯМ І ПРОФІЛАКТИКОЮ

Що б по можливості віддалити момент відмови встаткування, воно піддається періодичному попереджувальному ремонту. Попереджувальний ремонт не має сенсу, якщо  $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$ , і також якщо функція  $\lambda(t)$  має спадаючий характер.

Якщо позначити періодичність ремонту  $T_{\text{пл}}$ , то щільність розподілу ймовірностей для випадкової величини – наробітку на відмову в припущенні ідеального миттєвого ремонту (ідеальний ремонт відновлює працездатність повною мірою, і показники надійності можна вважати такими ж, як в нового виробу) можна визначити



$$f^*(t) = \sum f_1(t - kT_{пл})P^k(T_{пл});$$

$$f_1(t) = \begin{cases} f(t) & \text{при } 0 < t \leq T_{пл}, \\ 0 & \text{при } t > T_{пл} \end{cases},$$

де  $k$  – номер попереджувального ремонту.

*Приклад.* Щільність ймовірності наробітку на відмову елемента є рівномірною  $f(t) = \frac{1}{4} \text{ рік}^{-1}$  при  $0 < t \leq 4$  років.

Періодичність попереджувальних ремонтів  $T_{пл} = 1$  рік.

В цьому випадку ймовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = \int_t^4 \frac{1}{4}dt = \frac{1}{4}t \Big|_4^t = 1 - \frac{1}{4}t.$$

Звідси

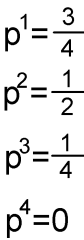
$$P(T_{пл}) = 1 - \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{3}{4}.$$

Таким чином, число працездатних елементів наприкінці періоду  $T_{пл}$  становить 75 % числа працездатних елементів на початку періоду  $T_{пл}$

$$\lambda(t) = \frac{\frac{d}{dt}[1 - P(t)]}{p(t)} = -\frac{\frac{dP(t)}{dt}}{p(t)} = -\left(-\frac{1}{4}\right) \frac{1}{1 - \frac{1}{4}t} = \frac{1}{4 - t}.$$

Розрахуємо залежності  $f(t)$ ,  $\lambda(t)$ ,  $f^*(t)$ ,  $\lambda^*(t)$  і побудуємо відповідні графіки (рис. 12.1).

Крива  $\lambda^*(t)$  виходить при повторенні кривої  $\lambda(t)$  на кожній ділянці  $T_{пл}$ .



Це дозволяє приймати в розрахунках допущення  $\lambda(t) = \text{const}$  для більшості елементів з попереджувальним ремонтом.

Установка з профілактикою і відновленням, що складається з одного елемента в будь-який момент часу може перебувати в одному з трьох станів:  $E_1$  – працездатний стан;  $E_0$  – аварійний простій і відновлення;  $E_2$  – плановий простій в профілактичному обслуговуванні і ремонті. Граф переходів зі стану в стан для такої установки зображений на рисунку 12.2.

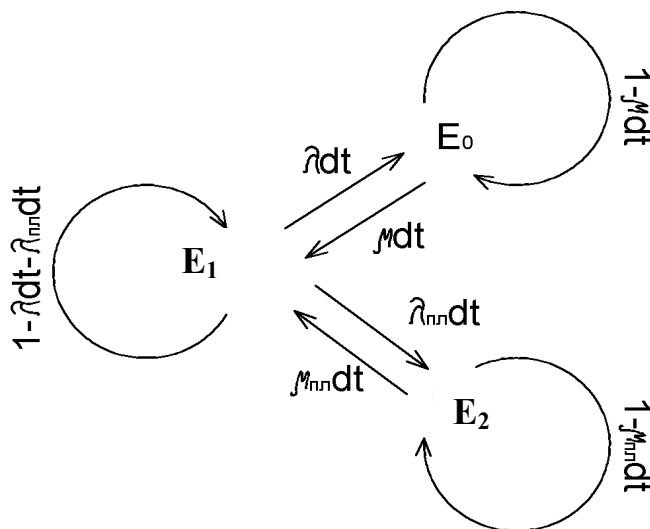


Рисунок 12.2 – Граф переходів зі стану в стан установки з профілактикою і відновленням, що складається з одного елемента

На рис. 12.2  $\lambda$  і  $\lambda_{\text{пл}}$  – інтенсивність аварійних і планових відключень, що переводять установку в стан  $E_0$  і  $E_2$ ;  $\mu$ ,  $\mu_{\text{пл}}$  – інтенсивність відновлення і планового ремонту, що переводять установку в стан  $E_1$ .

Виходячи з графа переходів запишемо систему диференціальних рівнянь для ймовірностей знаходження установки в будь-якому з трьох станів  $E_0$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ .

$$P'_1(t) = -(\lambda + \lambda_{\text{пл}})P_1(t) + \mu P_0(t) + \mu_{\text{пл}} P_2(t),$$

$$P'_0(t) = \lambda P_1(t) - \mu P_0(t),$$

$$P'_2(t) = \lambda_{\text{пл}} P_1(t) - \mu_{\text{пл}} P_2(t).$$

Прийmemo, що в момент  $t=0$  елемент працездатний

$$P_1(0) = 1, P_0(0) = 0, P_2(0) = 0.$$

Можливі стани складають повну групу

$$P_1(t) + P_2(t) + P_0(t) = 1.$$

За допомогою перетворення Лапласа одержуємо вирішення системи диференціальних рівнянь

$$P_1(t) = \frac{\mu\mu_{пл}}{\mu\mu_{пл} + \lambda\mu_{пл} + \mu\lambda_{пл}} + \frac{(\mu + K_1)(\mu_{пл} + K_1)}{K_1(K_1 + K_2)} e^{K_1 t} + \frac{(\mu + K_2)(\mu_{пл} + K_2)}{K_2(K_2 - K_1)} e^{K_2 t};$$

$$P_0(t) = \frac{\lambda\mu_{пл}}{\mu\mu_{пл} + \lambda\mu_{пл} + \mu\lambda_{пл}} + \frac{\lambda(\mu_{пл} + K_1)}{K_1(K_1 + K_2)} e^{K_1 t} + \frac{\lambda(\mu_{пл} + K_2)}{K_2(K_2 - K_1)} e^{K_2 t};$$

$$P_2(t) = \frac{\mu\lambda_{пл}}{\mu\mu_{пл} + \lambda\mu_{пл} + \mu\lambda_{пл}} + \frac{\lambda_{пл}(\mu + K_1)}{K_1(K_1 + K_2)} e^{K_1 t} + \frac{\lambda_{пл}(\mu + K_2)}{K_2(K_2 - K_1)} e^{K_2 t};$$

$$K_{1,2} = 0,5[-(\lambda + \lambda_{пл} + \mu + \mu_{пл}) \pm \sqrt{(\lambda + \lambda_{пл} + \mu + \mu_{пл})^2 - 4(\mu\mu_{пл} + \lambda\mu_{пл} + \mu\lambda_{пл})}].$$

Коли вплив початкових умов в плині деякого періоду часу зменшується, розподіл ймовірностей в фіксований момент часу стає таким же, як в будь-який інший момент. Установлюється рівноважний, або стаціонарний режим з певними ймовірностями станів. Чим більше проміжки часу між відмовами в порівнянні з часом відновлення, тим скоріше установка ввійде в стаціонарний режим. Для елементів електроенергетичних систем стаціонарний режим настає вже при значеннях  $t$  від одного місяця до одного року.

Для стаціонарного режиму

$$P_1 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda_{пл}}{\mu_{пл}}} = K_{\Gamma};$$

$$P_0 = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda_{пл}}{\mu_{пл}}} = q_{ав};$$

$$P_2 = \left( \frac{\lambda_{пл}}{\mu_{пл}} \right) \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda_{пл}}{\mu_{пл}}} = q_{пл}.$$

Приблизно можна приймати  $q_{ав} = \lambda \tau$ ,  $q_{пл} = \lambda_{пл} \tau_{пл}$ .

## ЛЕКЦІЯ 13 НАДІЙНІСТЬ СТРУКТУР

При розрахунку показників надійності електричних мереж технічна система розглядається, як абстрактна структура поза залежністю від її фізичної природи, але така, що володіє загальними закономірностями:

- структура має вхід і вихід;
- показники надійності структури визначаються на вході;
- елементи перебувають тільки в двох станах – працездатному і непрацездатному;
- відмови елементів розглядаються як незалежні події;
- потоки відмов і відновлення елементів є найпростіші потоки подій;
- пропускна здатність елементів не обмежена.

### Послідовне з'єднання елементів

Послідовним з'єднанням називається така структура, відмова якої настає при виході з ладу хоча б одного елемента, тобто послідовна структура працездатна, якщо всі її елементи працездатні.

Нехай подія  $X_i$  означає, що  $i$ -й елемент послідовної структури працездатний, а  $\bar{X}_i$  – зворотна подія. Тоді структура, що складається з  $n$  послідовно з'єднаних елементів, працездатна, якщо  $X_1, X_2, \dots, X_n$  працездатні.

Оскільки події  $X_i$  є незалежними, то за законом добутку ймовірностей, ймовірність того, що послідовна структура працездатна, обчислимо за формулою

$$P(X_1 \wedge X_2 \wedge \dots \wedge X_n) = p(X_1) \cdot p(X_2) \cdot \dots \cdot p(X_n) = \prod_{i=1}^n p(X_i),$$

а ймовірність безвідмовної роботи

$$R_c(t) = R_1(t)R_2(t)\dots R_n(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t),$$

або ймовірність відмови

$$F_c(t) = 1 - R_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^n R_i(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - F_i(t)),$$

де  $F_i(t)$  – ймовірність відмови  $i$ -го елемента.

Оскільки для всіх елементів завжди  $R_i(t) \leq 1$ , то

$$R_c^n(t) \leq R_i(t); \quad F_c^n(t) \geq F_i(t) \quad \text{при } (i=1, 2, \dots, n).$$

Оскільки

$$R_i(t) = e^{-t \int_0^t \lambda_i(x) dx},$$

то

$$R_c(t) = e^{-t \sum_{i=1}^n \lambda_i(t)}$$

і відповідно

$$F_c = 1 - e^{-t \sum_{i=1}^n \lambda_i(t)}.$$

Для випадку  $\lambda(t) = \lambda = \omega$  можна записати

$$R_c = e^{-t \sum_{i=1}^n \omega_i}$$

і відповідно

$$F_c = 1 - e^{-t \sum_{i=1}^n \omega_i}.$$

Тоді частота відмов структури

$$\omega_c = \sum_{i=1}^n \omega_i.$$

Середній час безвідмовної роботи

$$T_c = \frac{1}{\omega_c}.$$

Середній час відновлення

$$\tau_c = \frac{1}{\omega_c^{-1}} \sum_{i=1}^n \omega_i \tau_i$$

є математичним очікуванням часу відновлення, зваженим по частоті відмов  $n$  послідовно з'єднаних елементів.

### Паралельне з'єднання елементів

Паралельним з'єднанням називається структура, відмова якої настає при відмові всіх елементів, що входять в структуру.

Паралельну структуру називають ще надлишковою або резервованою структурою, оскільки вона містить елементів більше, ніж це необхідно для її нормального функціонування. При відмові одного або декількох елементів функцію структури виконують елементи, що залишилися в роботі.

Відмова паралельної структури припускає, що всі  $m$  елементів перебувають в стані простою

$$P(\bar{X}_1 \wedge \bar{X}_2 \wedge \dots \wedge \bar{X}_m) = p(\bar{X}_1) \cdot p(\bar{X}_2) \cdot \dots \cdot p(\bar{X}_m) = \prod_{j=1}^m p(\bar{X}_j).$$

Ймовірність відмови

$$F_c(t) = F_1(t) \cdot F_2(t) \cdot \dots \cdot F_m(t) = \prod_{j=1}^m F_j(t).$$

Ймовірність безвідмовної роботи

$$R_c(t) = 1 - F_c(t) = 1 - \prod_{j=1}^m F_j(t) = 1 - \prod_{j=1}^m (1 - R_j(t)).$$

Оскільки  $F_j(t) \leq 1$ , то

$$F_c(t) \leq F_j(t) \text{ і } R_c(t) \geq R_j(t).$$

В загальному випадку для структури, що складається з паралельно з'єднаних елементів.

### Частота відмов

$$\omega_c = \prod_{j=1}^n \omega_j \tau_j \sum_{j=1}^m \frac{1}{\tau_j} \text{ 1/год},$$

або

$$\omega_c = 8760^{1-m} \prod_{j=1}^m \omega_j \tau_j \sum_{j=1}^m \frac{1}{\tau_j} \text{ 1/рік}.$$

### Середній час відновлення

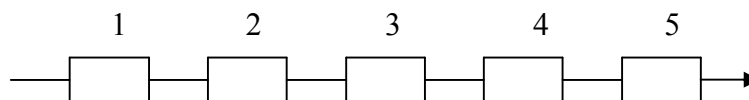
$$\tau_c = \frac{1}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{\tau_j}}.$$

Для системи з рівнонадійними елементами

$$\omega_c = m \omega^m \tau^{m-1}; \quad \tau_c = m^{-1} \tau.$$

Розглянемо приклади розв'язання задач розрахунку показників надійності структур.

*Приклад 1.* Визначити показники надійності системи, що складається з послідовно з'єднаних елементів.



$$\omega_1 = 0,5 \text{ 1/рік};$$

$$\tau = 16,0 \text{ год};$$

$$\omega_2 = 0,32 \text{ 1/рік};$$

$$\tau = 8,0 \text{ год};$$

$$\omega_3 = 0,3 \text{ 1/рік};$$

$$\tau = 6,0 \text{ год};$$

$$\omega_4 = 0,64 \text{ 1/рік};$$

$$\tau = 12,0 \text{ год};$$

$$\omega_5 = 0,001 \text{ 1/рік};$$

$$\tau = 15,0 \text{ год}.$$

*Розв'язання:*

Частота відмов

$$\omega_c = \sum_{i=1}^5 \omega_i = 0,5 + 0,32 + 0,3 + 0,64 + 0,001 = 1,761 \text{ 1/рік}.$$



Середній час відновлення, год

$$\tau_c = \frac{1}{\omega_c} \sum_{i=1}^5 \omega_i \tau_i = \frac{1}{1,761} (0,5 \cdot 16 + 0,32 \cdot 8 + 0,3 \cdot 6 + 0,64 \cdot 12,5 + 0,001 \cdot 15) = 11,57.$$

Середній час безвідмовної роботи

$$T_c = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{1,761} = 0,568 \text{ р},$$

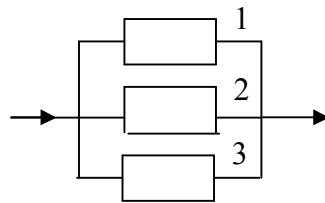
або

$$T_c = 0,568 \cdot 8760 = 4974 \text{ год.}$$

Ймовірність відмови системи за  $t = 1$  рік

$$F_c(1) = 1 - e^{-\omega \tau} = 1 - e^{-1,761 \cdot 1} = 1 - 0,172 = 0,83.$$

*Приклад 2.* Визначити показники надійності системи, що складається з трьох паралельно з'єднаних елементів.



$$\omega_1 = 1,2 \text{ 1/рік};$$

$$\tau_1 = 16 \text{ год};$$

$$\omega_2 = 2,7 \text{ 1/рік};$$

$$\tau_2 = 6 \text{ год};$$

$$\omega_3 = 5,2 \text{ 1/рік};$$

$$\tau_3 = 24 \text{ год.}$$

*Розв'язання:*

Частота відмов

$$\omega_c = 8760^{1-3} \omega_1 \tau_1 \omega_2 \tau_2 \omega_3 \tau_3 \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_3} \right) = 1,37 \cdot 10^{-4} \text{ 1/рік.}$$

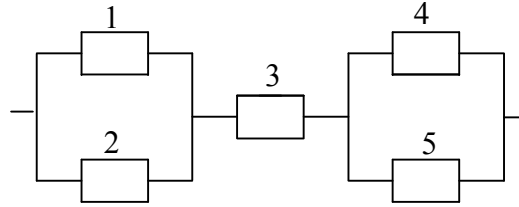
Середній час відновлення

$$\tau_c = \frac{1}{\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_3}} = 3,69 \text{ год.}$$

Імовірність відмови за рік

$$F_c = 1 - e^{-0,000137 \cdot 1} = 0,000137.$$

Приклад 3. Визначите показники надійності системи.



$\lambda_1 = 0,11/\text{рік};$	$t_{B1} = 16 \text{ год};$
$\lambda_2 = 0,51/\text{рік};$	$t_{B2} = 8 \text{ год};$
$\lambda_3 = 0,61/\text{рік};$	$t_{B3} = 10 \text{ год};$
$\lambda_4 = 0,21/\text{рік};$	$t_{B4} = 4 \text{ год};$
$\lambda_5 = 0,21/\text{рік};$	$t_{B5} = 4 \text{ год}.$

Розв'язання:

Розрахунок показників надійності виконують поетапними еквівалентними перетвореннями послідовно і паралельно з'єднаних елементів. Еквівалентний елемент 6, що представляє паралельне з'єднання елементів 1 і 2.

Інтенсивність відмов

$$\lambda_6 = 8760^{-1} \cdot \lambda_1 \cdot t_{B1} \cdot \lambda_2 \cdot t_{B2} \left( \frac{1}{t_{B1}} + \frac{1}{t_{B2}} \right) = 8760^{-1} \cdot 0,05 \cdot 24 = 0,1368 \cdot 10^{-3} \text{ 1/рік}.$$

Середній час відновлення

$$t_{B6} = \frac{1}{\frac{1}{t_{B1}} + \frac{1}{t_{B2}}} = \frac{t_{B1} \cdot t_{B2}}{t_{B1} + t_{B2}} = \frac{16 \cdot 8}{16 + 8} = 5,333 \text{ год}.$$

Еквівалентний елемент 7, що представляє паралельно з'єднані елементи 4 і 5.

Інтенсивність відмов

$$\begin{aligned} \lambda_7 &= 8760^{-1} \cdot \lambda_4 \cdot t_{B4} \cdot \lambda_5 \cdot t_{B5} \left( \frac{1}{t_{B4}} + \frac{1}{t_{B5}} \right) = 8760^{-1} \cdot 0,2 \cdot 4 \cdot 0,2 \cdot 4 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \\ &= 8760^{-1} \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 8 = 0,03648 \cdot 10^{-3} \text{ 1/рік}. \end{aligned}$$

Середній час відновлення

$$t_{в7} = \frac{1}{\frac{1}{t_{в4}} + \frac{1}{t_{в5}}} = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = 2 \text{ год.}$$

Показники надійності системи для послідовно з'єднаних елементів 6, 3 і 7

$$\lambda_c = \lambda_6 + \lambda_3 + \lambda_7 = 0,1386 \cdot 10^{-3} + 0,6 + 0,03648 \cdot 10^{-3} = 0,61/\text{рік},$$

$$t_{вс} = \frac{1}{\lambda_c} \cdot (\lambda_6 \cdot t_{в6} \cdot \lambda_3 \cdot t_{в3} \cdot \lambda_7 \cdot t_{в7}) =$$

$$= \frac{1}{0,60017328} \cdot (0,1368 \cdot 10^{-3} \cdot 5,333 + 0,6 \cdot 10 + 0,03648 \cdot 10^{-3} \cdot 2) = 9,998 \text{ год.}$$

Середній час безвідмовної роботи системи

$$T_c = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,60017328} = 1,667 \text{ рік.}$$

Ймовірність відмови системи за один рік

$$F_c(1) = 1 - e^{-\lambda_c \cdot 1} = 1 - e^{-0,6} = 0,45.$$

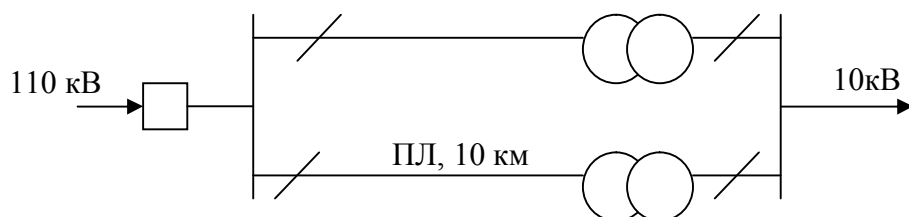
Коефіцієнт готовності

$$K_\Gamma = \frac{T_c}{T_c + t_{вс}} \approx 1.$$

Коефіцієнт змушеного простою

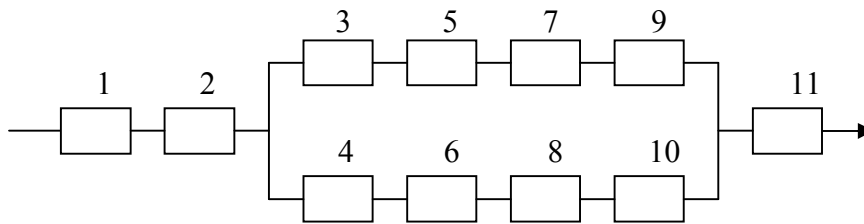
$$K_{пр} = 1 - K_\Gamma \approx 0.$$

Приклад 4. Визначити показники надійності системи.



*Розв'язання.*

Виконаємо заміну елементів електричних мереж абстрактними елементами з показниками надійності наведеними в таблиці 13.1.



Таблиця 13.1 – Показники надійності елементів системи

Номер елем.	Елемент	Умовн. позн.	Частота відмов $\omega$ , 1/рік	Середній час відновл., год	Прим.
1	Комірка вимик. 35,110 кВ	B110	0,02	5,5	—
2	Шини ВРП 35,110 кВ	Ш110	0,002	8	0,001·2; 4·2
3,4	Комірка роз'єд. 35,110 кВ	P110	0,005	4,5	—
7,8	Трансформатор 35,110 кВ	T110	0,03	30	—
9,1	Комірка роз'єд. 6,10 кВ	PB10	0,002	4	—
11	Шини РП 6,10 кВ	Ш10	0,02	7	0,001·2; 3,5·2
5,6	Повітр. лінія один. на 1км.	Л110	0,8	8	0,08·10

Для послідовно включених елементів 3, 5, 7, 9 розрахуємо значення частоти відмов і середнього часу відновлення

$$\omega_{12} = \omega_3 + \omega_5 + \omega_7 + \omega_9 = 0,005 + 0,8 + 0,03 + 0,002 = 0,837 \frac{1}{\text{год}},$$

$$\tau_{12} = \frac{1}{0,837} \cdot (0,005 \cdot 4,5 + 0,8 \cdot 8 + 0,03 \cdot 30 + 0,002 \cdot 4) = 8,75 \text{ год.}$$

Для резервованої частини ланцюга

$$\omega_{13} = 8760^{-1} \cdot \omega_{12} \cdot \omega_{12} \cdot \tau_{12} \cdot \tau_{12} \cdot \left( \frac{1}{\tau_{12}} + \frac{1}{\tau_{12}} \right) = \frac{\omega_{12}^2 \cdot 2 \cdot \tau_{12}}{8760} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ 1/рік,}$$

$$\tau_{13} = \frac{1}{\frac{1}{\tau_{12}} + \frac{1}{\tau_{12}}} = \frac{\tau_{12}^2}{2\tau_{12}} = \frac{\tau_{12}}{2} = 4,375 \text{ год.}$$

Для послідовно з'єднаних елементів 1, 2, 13, 11

$$\omega_c = \omega_1 + \omega_2 + \omega_{13} + \omega_{11} = 0,0254 \text{ 1/рік};$$

$$\tau_c = 5,7531 \text{ год}; \quad T_c = 39,37 \text{ рік}; \quad F_c = 2,51 \times 10^{-2};$$

$$K_T \approx 1; \quad K_{\text{пр}} \approx 0.$$

## ЛЕКЦІЯ 14 НАДІЙНІСТЬ СКЛАДНИХ СТРУКТУР

Реальні технічні системи не завжди являють собою сукупність послідовно і паралельно з'єднаних елементів. Існують і більш складні структури, наприклад, так звана місткова схема (рис. 14.1, а). В цій структурі елементи з'єднані таким чином, що її подальше спрощення неможливе.

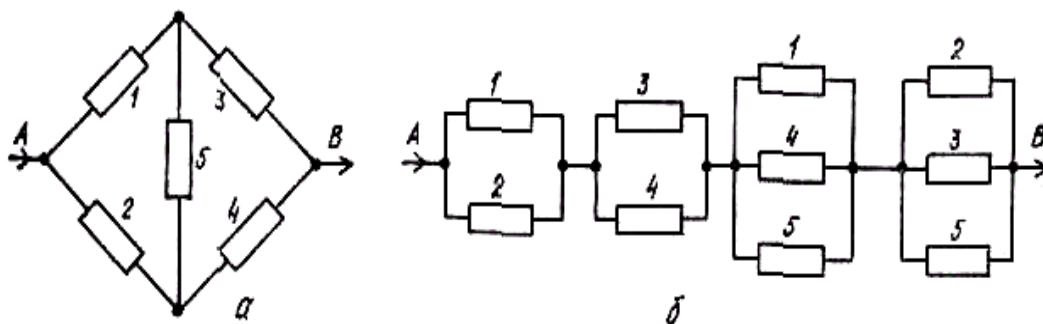


Рисунок 14.1 – Структурна схема електричної мережі типу «місток»

Існують деякі групи елементів, одночасна відмова яких приводить до розриву всіх шляхів, що зв'язують вхід і вихід структури. Набір елементів, відмова яких приводить до відмови структури (тобто розриву всіх зв'язків між входом і виходом) в теорії надійності називається перетином. Якщо виявити всі перетини, що є в досліджуваній структурі і визначити їхню надійність, то можна визначити надійність всієї структури.

В структурі, представлений на рисунку 14.1, а, перетин утворюють набори елементів: 1, 2; 3, 4; 1, 2, 5; 1, 3, 4; 1, 4, 5; 2, 3, 4; 2, 3, 5; 3, 4, 5; 1, 2, 3, 4; 1, 2, 3, 5; 1, 2, 4, 5; 2, 3, 4, 5; 1, 2, 3, 4, 5.

Чим складніше структура, чим більше в її складі елементів, тим складніше виявити всі перетини, що є в ній. Так, щоб виявити всі перетини структури на рисунку 14,1, а, треба було б переглянути 32 різних сполучення елементів. Взагалі для структури, що містить  $n$  елементів, буде потрібно

розглянути  $2^{n-1}$  сполучень. От чому прямий перебір перетинів складних багатоелементних систем дуже трудомістка операція, найчастіше непосильна навіть для сучасних ПК.

Серед безлічі перетинів складних структур є такі, які утворені мінімальним набором елементів – це мінімальні перетини. Для структури, представленої на рисунку 14.1, а мінімальними перетинами є 1, 2; 3, 4; 1, 4, 5; 2, 3, 5. Дійсно, якщо в кожному з цих наборів забрати хоча б по одному елементу, то залишиться набір, який вже не буде перетином.

В теорії надійності виконані дослідження, які доводять, що надійність послідовно з'єднаних мінімальних перетинів структури визначає нижню границю її надійності. Причому, чим надійніше елементи, що входять в систему, тим точніше надійність сукупності мінімальних перетинів  $S$  відбиває надійність всієї структури. Вважаємо з достатнім ступенем точності, що для високонадійних структур при дотриманні співвідношення

$$\sum_{i \in S} \tau_i \ll T_{\min}$$

надійність послідовно з'єднаних мінімальних перетинів є надійністю всієї структури.

Таким чином, наведену на рисунку 14.1, а структуру можна перетворити в схему послідовно з'єднаних мінімальних перетинів, кожний з яких є паралельним з'єднанням (рис. 14.1, б).

*Приклад 1.* Визначити надійність схеми на рисунку 14.1, а, елементи якої мають такі показники надійності:

$$\omega_1 = 0,20 \text{ рік}^{-1}; \quad \tau_1 = 4 \text{ год};$$

$$\omega_2 = 2,00 \text{ рік}^{-1}; \quad \tau_2 = 12,5 \text{ год};$$

$$\omega_3 = 3,50 \text{ рік}^{-1}; \quad \tau_3 = 20 \text{ год};$$

$$\omega_4 = 0,50 \text{ рік}^{-1}; \quad \tau_4 = 10 \text{ год};$$

$$\omega_5 = 5,50 \text{ рік}^{-1}; \quad \tau_5 = 15 \text{ год}.$$

*Розв'язання.* Перевіримо, чи дотримується для наведених показників надійності необхідне співвідношення

$$\sum_{i=1}^5 \tau_i = 61,5 \text{ год};$$

$$T_{\min} = \omega_{\max}^{-1} = \omega_5^{-1} = \frac{8760}{5,5} = 1593 \gg 61,5 \text{ год}.$$

Умова дотримується, тому надійність мінімальних перетинів відповідає надійності всієї схеми.

Для перетвореної структури (рис. 22, а) визначимо показники надійності мінімальних перетинів.

Елементи 1,2 (еквівалентний елемент 6)

$$\omega_6 = \omega_1 \omega_2 (\tau_1 + \tau_2) \cdot 8760^{-1} = 0,753 \cdot 10^{-3} \text{ рік}^{-1};$$

$$\tau_6 = \tau_1 \tau_2 (\tau_1 + \tau_2)^{-1} = 3,03 \text{ год.}$$

Елементи 6, 4 (еквівалентний елемент 7)

$$\omega_7 = \omega_3 \omega_4 (\tau_3 + \tau_4) \cdot 8760^{-1} = 5,993 \cdot 10^{-3} \text{ рік}^{-1};$$

$$\tau_7 = \tau_3 \tau_4 (\tau_3 + \tau_4)^{-1} = 6,07 \text{ год.}$$

Елементи 1, 4, 5 (елемент 8)

$$\omega_8 = \omega_1 \tau_1 \omega_4 \tau_4 \omega_5 \tau_5 (\tau_1^{-1} + \tau_4^{-1} + \tau_5^{-1}) \cdot 8760^{1-3} = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ рік}^{-1};$$

$$\tau_8 = (\tau_1^{-1} + \tau_4^{-1} + \tau_5^{-1}) = 2,4 \text{ год.}$$

Елементи 2, 3, 5 (елемент 9)

$$\omega_9 = \omega_2 \tau_2 \omega_3 \tau_3 \omega_5 \tau_5 (\tau_2^{-1} + \tau_3^{-1} + \tau_5^{-1}) \cdot 8760^{1-3} = 370 \cdot 10^{-6} \text{ рік}^{-1};$$

$$\tau_9 = (\tau_2^{-1} + \tau_3^{-1} + \tau_5^{-1}) = 5,08 \text{ год.}$$

Остаточно показники надійності структури по послідовно з'єднаних елементах 6, 7, 8, 9

$$\omega_c^{(S)} = \omega_6 + \omega_7 + \omega_8 + \omega_9 = 7117 \cdot 10^{-6} \cong 7,1 \cdot 10^{-3} \text{ рік}^{-1};$$

$$\tau_c^{(S)} = \left( \omega_c^{(S)} \right)^{-1} (\omega_6 \tau_6 + \omega_7 \tau_7 + \omega_8 \tau_8 + \omega_9 \tau_9) = 6,2 \text{ год.}$$

### Вибір мінімальних перетинів

Для структури, представленої на рисунку 14.1, нескладно показати, які перетини є мінімальними. Однак, якщо число елементів і їхніх зв'язків буде досить великим, то вибір мінімальних перетинів – трудомісткий процес – число можливих сполучень елементів зростає за ступеневою залежністю.

Зупинимося на одному з методів спрямованого вибору мінімальних перетинів, що використовує елементи теорії графів. Структура подається в вигляді замкнутого графа, що має один вхід А і один вихід Е (рис. 14.2, а). Замкнутим називається граф, що не містить елементи, по яких не проходить жоден шлях, що зв'язує вхід графа з виходом. Ребрами такого графа служать елементи, надійність яких відома.

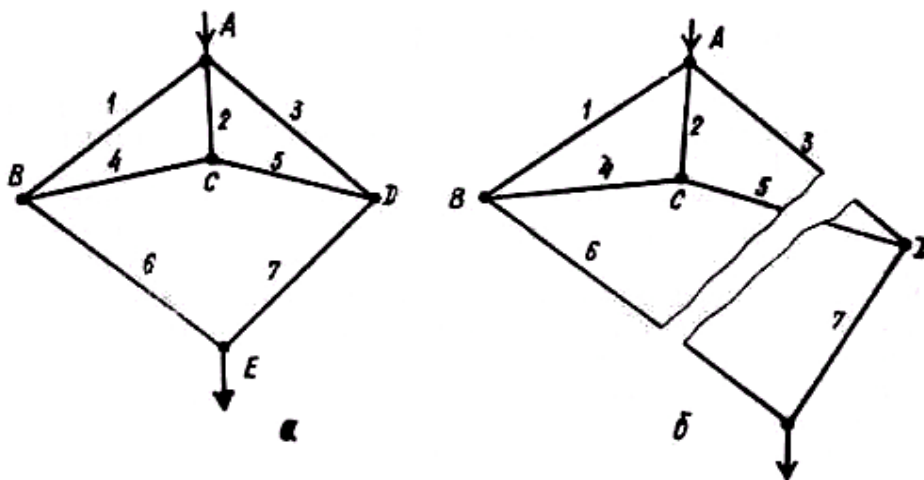


Рисунок 14.2 – Замкнутий граф

Нехай є граф, що містить  $m$  ребер і  $M$  вершин. Розірвемо ребра графа так, щоб частина вершин ( $N$ ) була приєднана тільки до входу графа, а інші ( $M-N$ ) вершин – до виходу графа (рис. 14.2, б). Цим самим порушений зв'язок між входом і виходом графа і утворені дві структури, називані деревами:  $N$ -дерево (тобто дерево, що містить  $N$  вершин) і  $(M-N)$ -дерево.

При цьому «обірвані» ребра утворять мінімальні перетини. На рис. 14.2, б мінімальний перетин утворять елементи 3, 5, 6.

Таким чином, задача пошуку мінімальних перетинів зводиться до задачі побудови можливих дерев графа. Для цього до однієї з вершин графа (входу або виходу) послідовно приєднують одну за другою вершини, безпосередньо пов'язані з попереднім деревом.

Алгоритм визначення мінімальних перетинів наступний.

1. Складають матрицю безпосередніх зв'язків вершин-ребер графа.



2. Складають масив N-дерев графа послідовним приєднанням до  $N_i$ -дерева вершин, безпосередньо пов'язаних з однією з вершин, що вже належать  $N_{i-1}$  дереву.

3. Для кожного  $N_i$ -дерева вибирають перетини.

4. Складають масив перетинів, з якого вибирають мінімальні.

*Приклад 2.* Визначити мінімальні перетини, що втримуються в структурі, представленої на рисунку 14.2, а.

*Розв'язання.*

1. Складають матрицю безпосередніх зв'язків вершин і ребер графа. Наприклад, вершина А безпосередньо пов'язана з ребрами 1, 2, 3; вершина В – з ребрами 3, 4, 6 тощо Матриця зв'язків для розглянутого графа буде мати вигляд, наведений в таблиці 14.1.

Таблиця 14.1 – Матриця зв'язків

Вершини	Ребра, що пов'язані з вершиною
А	1, 2, 3
В	1, 4, 6
С	2, 4, 5
Д	3, 5, 7
Е	6, 4, 7

2. Складають масив N-дерев. Перше  $N_1$ -дерево – вершина А. Потім до неї безпосередньо приєднуються три вершини В, С, Д, що є наступними N-деревами АВ, АС, АД. Далі, до дерева АВ приєднують вершину Д, оскільки вона пов'язана з однією з вершин  $N_2$  дерева, а саме А. Тоді одержимо  $N_3$ -дерево ABD.

Крім того, до  $N_2$ -дерева приєднують вершину С і так далі, поки не будуть розглянуті всі вершини, за винятком Е – вихід графа (якщо вершину Е приєднати до N-дерева, то утвориться зв'язана структура).

Таким чином визначається масив N-дерев графа

А, АВ, АС, АД, АВС, ABD, ACD, ABCD.

3. Для кожного  $N_i$ -дерева визначають перетини. По матриці ребра-вершини в стовпчик виписують всі ребра, безпосередньо пов'язані з вершинами N-дерев (табл. 14.2).

Таблиця 14.2 – Перетини графа

N-дерево	A	AB	AC	AD	ABC	ABD	ACD	ABCD
Ребра	123	<del>123</del> 146	<del>123</del> 245	<del>123</del> 357	<del>123</del> 146 245	<del>123</del> 146 357	<del>123</del> 245 357	<del>123</del> 146 245 357
Перетини	123	2346	2345	1257	356	24567	147	67

Ребра, що входять в сукупність ребер  $N_i$ -дерева, парне число раз виключають (в таблиці вони перекреслені), а ребра, що залишилися, виписують у нижній рядок таблиці 14.2.

4. Вибирають мінімальні перетини з безлічі отриманих перетинів. Для цього всі перетини представляють у порядку зростання числа елементів і уточнюють, чи не міститься в перетинах з більшим числом елементів перетин з меншим числом елементів. Так, перетин, утворений деревом  $ABD = 24567$ , містить перетин, утворений деревом  $ABCD = 67$ . Тому перетин 24567 виключають. Перетини, що залишилися, є мінімальними.

Для наведеного приклада мінімальні перетини: 67, 123, 146, 356, 1257, 1345, 2346. Інших мінімальних перетинів в графі не міститься.

Іноді доводиться розглядати структури, в яких задані напрямки по ребрах графа. Таке орієнтування ребер може спостерігатися, наприклад, коли задають напрямок протікання електричного струму. В цьому випадку вибір мінімальних перетинів має свої особливості.

При складанні матриць безпосередніх зв'язків ребра, що входять в вершину, відзначають знаком «-»; ребра, що виходять з вершини – знаком «+».

В таблиці N-перетинів (аналогічної табл. 14.2) ребра, що входять в сукупність ребер N-дерева парне число раз, незалежно від привласненого їм знака, викреслюють. Крім того, викреслюють також ребра, що входять в сукупність ребер N-дерева зі знаком «-».

## ЛЕКЦІЯ 15 ВИЗНАЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ З УРАХУВАННЯМ НАВМИСНИХ ВІДКЛЮЧЕНЬ

Елемент системи може бути виведений з роботи не тільки через втрату працездатності, але і для виконання будь-яких робіт, чи то на самому елементі, чи то на елементах з ним взаємозалежних.

Наприклад, проведення планово-попереджувальних ремонтів на встаткуванні, усунення дефектів, що збільшують небезпеку відмови, виконання робіт поблизу елемента, що перебуває під високою напругою. Такі відключення називаються навмисними, оскільки їх виконують спрямованими діями персоналу, що обслуговує встаткування.

З метою спрощення моделі функціонування елемента використовують показники, аналогічні показникам, що характеризують відмови і відновлення:

– частота навмисних відключень

$$v = \frac{[m'(t, t + \Delta t)]}{M(t)};$$

– середній час обслуговування (відновлення після навмисного відключення)

$$\hat{\eta} = \frac{\left( \sum_1^M \theta_{\text{обс}i} \right)}{M}.$$

Кількість і тривалість навмисних відключень елементів СЕП впливає на надійність електропостачання споживачів. З одного боку, при навмисних відключеннях виконуються роботи, спрямовані на підвищення надійності СЕП, а з іншого, – навмисні відключення знижують надійність електропостачання споживачів, створюючи нерезервовані схеми.

Навмисні відключення утворюють потік подій, що не є випадковими, оскільки вони виконують спрямованою дією персоналу. При цьому, якщо визначають надійність на короткий період часу, наприклад при вирішенні в мережах оперативних завдань, пов'язаних зі змінами режимів, то навмисні відключення вважаються детермінованими подіями і надійність розраховують для різних режимів роботи СЕП, що відповідають навмисним відключенням елементів.

Якщо надійність аналізують за тривалий проміжок часу, наприклад при

проектуванні СЕП, то заздалегідь передбачити число таких відключень або їхню тривалість неможливо. В такому випадку навмисні відключення розглядають як потік випадкових подій і використовують положення теорії ймовірностей і математичної статистики так само як і для потоків відмов і відновлень.

Аналіз великого обсягу статистичних даних показав, що навмисні відключення вважаються випадковими подіями, якщо часовий період рішення задачі розрахунку надійності становить не менш року. Навмисні відключення елементів СЕП будемо розглядати як випадкові події.

Розглянемо послідовне з'єднання елементів. Якщо навмисні відключення вважати незалежними подіями, то для послідовно з'єднаних елементів частота навмисних відключень, як і частота відмов, відповідає сумі навмисних відключень елементів

$$\nu_c^{(n)} = \sum_{i=1}^n \nu_i$$

при середньому часі обслуговування

$$\eta_c^{(n)} = \left( \nu_c^{(n)} \right)^{-1} \sum_{i=1}^n \nu_i \eta_i,$$

де  $\nu_i, \eta_i$  – показники навмисних відключень  $i$  – го елемента.

Однак при ремонті електроустаткування звичайно відключають кілька взаємозалежних елементів, наприклад, ЛЕП і знижувальну підстанцію, що живиться по даній лінії, трансформатор і шини розподільного пристрою. Це означає, що сумарна частота навмисних відключень ланцюжка елементів менше суми частот окремих елементів.

Один з елементів ланцюжка, який частіше відключається, назовемо базовим, а відносну частоту навмисних відключень інших елементів стосовно базового – коефіцієнтом збігу. Статистично він визначають як

$$\hat{g}_{j/\bar{6}} = m_{i/\bar{6}}(t) / M_i(t),$$

де  $m_{i/\bar{6}}$  – число навмисних відключень  $i$  – го елемента, зроблених разом з навмисними відключенням базового елемента, за період  $t$ ;

$M_i$  – загальне число навмисних відключень  $i$ -го елемента.

В таблиці 15.1 наведені коефіцієнти збігу основних елементів електричної мережі. Значення цих коефіцієнтів мають приблизний характер.

Таблиця 15.1 – Коефіцієнти збігу основних елементів електричної мережі

Номер елемента	Умовні позначення	Базові елементи			
		ВЛ(КЛ) 35, 110 кВ	ВЛ(КЛ) 6, 10 кВ	Тр-р 110, 35/0,4 кВ	Тр-р 6, 10/0,4 кВ
1	ВЛ 6, 10 кВ	0,7	1	0,6	–
2	КЛ6, 10 кВ	0,6	1	0,5	–
3	Комірка РП 35, 110 кВ	0,8	–	0,6	–
4	Комірка вимик. 6, 10 кВ	0,85/0,75	0,8	0,6/0,85	–
5	Комірка РП 6, 10 кВ	0,3	0,6	0,4	1
6	Трансформатор 35, 110/10 кВ	0,6	–	1	–
7	Трансформатор 6, 10/0.4 кВ	0,3	0,6	0,4	1
8	Шини 35, 110 кВ	0,6	–	0,8	–
9	Шини 6, 10 кВ	0,75	–	0,7	0,8
10	Зборка НН ТП	–	0,4	–	0,8

З урахуванням коефіцієнта збігу формули для визначення показників навмисних відключень елементів, що послідовно з'єднані приймуть вигляд:

– для частоти навмисних відключень

$$v_c^{(n)} = v_6 + \sum_{i=1, i \neq 6}^n v_i \left(1 - g_{i/6}\right);$$

– середнього часу обслуговування

$$\eta_c^{(n)} = \left(v_c^{(n)}\right)^{-1} \left[ v_6 \eta_6 + v_{(max)} \left( \eta_{(max)} - \eta_6 \right) + \sum_{i=1, i \neq 6}^n v_i \left(1 - g_i\right) \right],$$

де  $v_c^{(n)}$ ,  $\eta_6$  – частота навмисних відключень і середній час обслуговування базового елемента;

$v_{(max)}$ ,  $\eta_{(max)}$  – те ж саме для елемента кола, де розташований базовий елемент, у якого час обслуговування максимальний;

$n$  – число елементів в колі.

Формулами, що наведені користуються коли система ще не була

еквівалентно перетворена. Після еквівалентного перетворення елементів навмисні відключення можна вважати незалежними подіями і застосовувати звичайні формули для еквівалентного перетворення елементів.

Розглянемо паралельне з'єднання елементів.

При паралельному з'єднанні двох елементів в випадку простою одного з елементів, причому неважливо, з якої причини, другий елемент не виводиться з роботи і живлення не порушується. Це справедливо для систем з будь-якою кількістю паралельно з'єднаних елементів.

В процесі функціонування СЕП можливий випадок, коли один з елементів простоює, а другий – відмовляє. В цьому випадку, якщо система складається з двох паралельних елементів, вона відмовляє. Частота відмов в такому випадку представлена в вигляді трьох доданків

$$\omega_c^{(2)} = \omega^0 + \omega' + \omega'',$$

де  $\omega^0$  – можливість відмови одного з елементів під час простою другого елемента після відмови;

$\omega'$  – можливість відмови першого елемента під час простою після навмисного відключення другого елемента;

$\omega''$  – можливість відмови другого елемента при простої після навмисного відключення першого елемента.

Чим частіше і триваліше навмисні відключення, тим більше і тим нижче надійність системи.

Частоти відмов і середній час відновлення системи, що складається з двох паралельно з'єднаних елементів

$$\omega_c^{(2)} = [\omega_1 \omega_2 (\tau_1 + \tau_2) + \omega_1 v_2 \eta_2 + \omega_2 v_1 \eta_1] \cdot 8760^{-1} ;$$

$$\tau_c^{(2)} = \left( \omega_c^{(2)} \right)^{-1} \left( \omega^0 \tau^0 + \omega' \tau' + \omega'' \tau'' \right) ,$$

$$\text{де } \tau^0 = \tau_1 \tau_2 (\tau_1 + \tau_2)^{-1} ;$$

$$\tau' = \tau_1 \eta_2 (\tau_1 + \eta_2)^{-1} ;$$

$$\tau'' = \tau_2 \eta_1 (\tau_2 + \eta_1)^{-1} .$$

В загальному випадку для системи з  $m$  паралельно з'єднаних елементів

$$\omega^{(m)}_c = \left( \omega^0 + \sum_{r=1}^m \omega_r \right) \cdot 8760^{1-m},$$

$$\text{де } \omega^0 = \left( \prod_{i=1}^m \omega_i \tau_i \right) \left( \sum_{i=1}^m \tau_i^{-1} \right); \quad \omega_r = v_r \eta_r \left( \prod_{i=1}^m \omega_i \tau_i \right) \left( \sum_{i=1}^m \tau_i^{-1} \right); \quad r = 1, 2, \dots, m$$

та

$$\tau^{(m)}_c = \left( \omega^{(m)}_c \right)^{-1} \left( \omega^0 \tau^0 + \sum_{r=1}^m \omega_r \tau_r \right),$$

$$\text{де } \tau^0 = \left( \sum_{i=1}^m \tau_i^{-1} \right)^{-1}; \quad \tau_r = \left( \eta_r^{-1} + \sum_{i=1}^m \tau_i^{-1} \right)^{-1}; \quad r = 1, 2, \dots, m.$$

## **ЛЕКЦІЯ 16 НАДІЙНІСТЬ ФУНКЦІОНУВАННЯ ПРИСТРОЇВ РЕЛЕЙНОГО ЗАХИСТУ Й АВТОМАТИКИ І КОМУТАЦІЙНОЇ АППАРАТУРИ**

Для локалізації елемента, що відмовив, і подачі в вузол навантаження живлення від резервного джерела живлення необхідно, щоб спрацював комплекс пристроїв релейного захисту і автоматики (УРЗА), а також комутаційні апарати (КА), на які впливають ці пристрої.

Розглянемо операції відключення ушкодженої лінії і подачу резервного живлення в розрахунковий вузол навантаження (рис. 16.1). Є розподільний пристрій з двома секціями шин, між якими встановлений секційний вимикач з пристроєм автоматичного уведення резерву (АВР) двосторонньої дії. В нормальному режимі кожна секція живиться по своїй лінії, секційний вимикач відключений.

При ушкодженні лінії Л1 відбувається наступне: релейний захист на вимикачі (В1) подасть команду на його відключення; спрацює В1, що відключає Л1 від джерела живлення (ДЖ); релейний захист на В2 подасть команду на відключення В2; спрацює В2, що відключає Л1 від вузла навантаження А; від зникнення напруги на секції шин спрацює пристрій

АВР і подає команду на включення В5; спрацьовує В5 і напруга від Л2 через секцію шин і В5 подається на А.

Таким чином, для забезпечення живлення вузла навантаження знадобилося виконати шість операцій. В дійсності кількість операцій значно більша, оскільки кожен комплект УРЗА складається з декількох виробів – реле, контакторів та ін. Причому, на кожній з операцій апаратура, що працює, може відмовити. Тому для точної оцінки надійності електропостачання вузла навантаження потрібно враховувати кінцеву надійність УРЗА і КА.

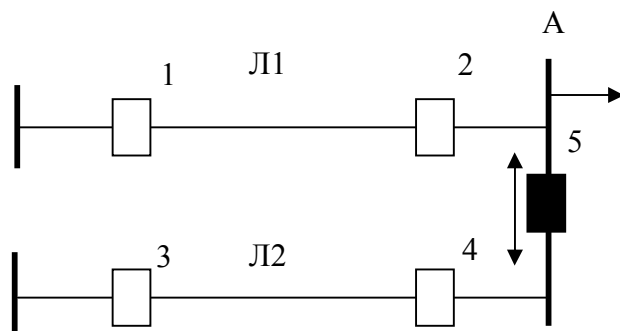


Рисунок 16.1 – Приклад схеми електричної мережі

З одного боку, КА є елементом силового електричного кола і несе навантаження (електричне, механічне) в нормальному режимі. Тому КА як і інші елементи електричної мережі КА може відмовити в нормальному режимі. Такі відмови називають статичними, наприклад, перекриття опору ізоляції, перегрів контактів. Але з іншого боку, на КА впливають УРЗА для виконання основних функцій по включенню (відключенню). Може відбутися і відмова в задоволенні вимогам на спрацьовування. З цього погляду КА можна розглядати як елемент комплексу УРЗА. Такі відмови називають відмовами функціонування.

Відмови функціонування УРЗА і КА бувають трьох видів: відмови в спрацьовуванні (невиконання УРЗА і КА вимог на спрацьовування); зайві спрацьовування (спрацьовування УРЗА і КА при вимозі на спрацьовування, що надходить не на цей, а на інший пристрій); помилкові спрацьовування (спрацьовування УРЗА і КА при відсутності вимог на спрацьовування).

Зупинимось на кількісній оцінці відмов в спрацьовуванні, оскільки цей вид відмов становить найбільший інтерес з погляду надійності схем електричних з'єднань.

Якщо розглядати надійність виконання якимось пристроєм своїх функцій (наприклад, відключити вимикач), то елементи релейного захисту, автоматики, виконавчих органів комутаційного апарата вважаються системою послідовно



з'єднаних елементів, кожний з яких може відмовити. При цьому відмова кожного з елементів приводить до однакових наслідків, тобто не спрацьовує КА. Тому при вирішенні задач аналізу надійності схем електричних з'єднань потоки відмов в спрацьовуванні УРЗА і КА розглядаються як один потік.

Характеристикою цього потоку є ймовірність неспрацьовування, статистично обумовлена як відношення числа не спрацьовувань УРЗА і КА за період спостереження до загального числа вимог на роботу цих пристроїв за цей же період

$$q_A = [m_{\text{рЗА}}(t) + m_{\text{КА}}(t)]M(t)^{-1}.$$

В таблиці 16.1 наведені орієнтовні значення ймовірності неспрацьовування типових схем релейного захисту і пристроїв автоматичного введення резерву на напругу 6, 10 і 35, 110 кВ.

Таблиця 16.1 – Ймовірності неспрацьовування типових схем

Найменування пристроїв	Ймовірність неспрацьовування $q_A$	
	При напрузі 6, 10 кВ	При напрузі 35, 110 кВ
Релейний захист ліній	0,020	0,015
Релейний захист трансформатору	–	0,010
Автоматичне введення резерву	0,022	0,020

Під пристроєм розуміють комплект релейного захисту або автоматики з виконавчими органами КА.

Частота відмов в розрахунковій точці схеми електричних з'єднань, що залежить від надійності функціонування УРЗА і КА, складе

$$\omega_A = \alpha q_A,$$

де  $\alpha$  – частота вимог, що надходять на УРЗА і КА; цю величину визначають числом відмов устаткування, що захищає.

Вимогами вважають не тільки стійкі відмови, які фіксуються як відмови в електропостачанні, але і нестійкі відмови, які ліквідуються при зникненні напруги. Нестійкі відмови для повітряних ЛЕП становлять близько 50–70 %. Для інших видів основного встаткування СЭС число нестійких відмов менше і в розрахунках надійності їх можна не враховувати.

Для ВЛ очікувана частота вимог на спрацьовування УРЗА і КА

$$\alpha = R_H \omega_{ВЛ}^0 \ell_{ВЛ},$$

де  $R_H$  – коефіцієнт збільшення числа вимог на спрацьовування за рахунок обліку нестійких відмов;

$\omega_{ВЛ}^0$  – питома частота відмов ВЛ, яку захищають;

$\ell_{ВЛ}$  – довжина ВЛ, яку захищають.

Для орієнтовних розрахунків приймають  $R_H=1,6$  – для ВЛ 35, 110 кВ,  $R_H=1,5$  – для ВЛ 6, 10 кВ.

При відмові в спрацьовуванні УРЗА і КА вимога надходить на спрацьовування відповідних пристроїв більше високого структурного рівня. Так, якщо відмовить в відключенні лінійний вимикач В1 (рис. 16.2), то надходить заявка на відключення шинного вимикача В2, що приводить до повного знеструмлення шин розподільного пристрою.

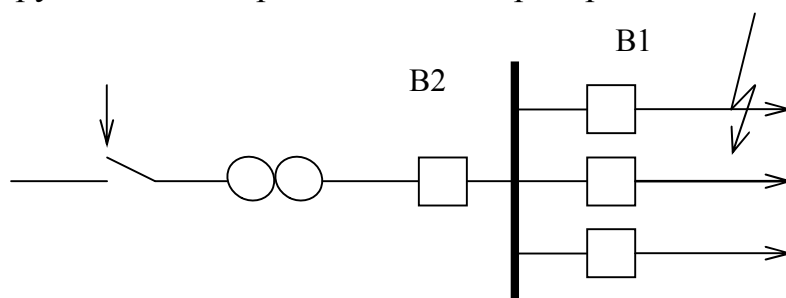


Рисунок 16.2 – Розрахункова схема роботи УРЗА і КА

Оскільки накладення відмов в спрацьовуванні УРЗА і КА трапляється рідко, при практичних розрахунках надійності схем електричних з'єднань його можна не враховувати.

Час відновлення при відмовах в спрацьовуванні УРЗА і КА – це час локалізації відмови.

*Приклад 1.* Визначити показники надійності в розрахунковій точці А схеми на рисунку 25. Довжина ВЛ1 становить 25, ВЛ2 – 20 км. Показники надійності елементів наведені в додатку А. Надійність вимикачів (частота відмов в статичному стані) і шин РУ не враховують. РУ 110 кВ обслуговують ОВБ і розташовано в сільській місцевості.

Шини першої секції РУ 110 кВ будуть знеструмлені при відмові Л1 (Л2) в період простою Л2 (Л1) – на час ремонту  $\tau_p$ , а також при відмові Л1

(неспрацьовуванні В2 або неспрацьовуванні В5) – на час усунення відмови в спрацьовуванні  $\tau_A$ .

Схему заміщення представлено на рисунку 16.3, де елементи 1 і 2 заміщають Л1 і Л2; елементи 3, 4, 5 відображають відмови в спрацьовуванні вимикачів 1, 2, 5. Заштрихована поверхня елементів 3, 4, 5 на рисунку означає, що час відновлення для них визначається часом локалізації відмови.

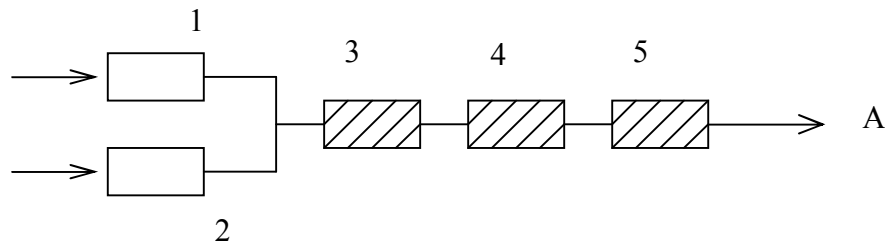


Рисунок 16.3 – Еквівалентна схема заміщення

Чисельні значення показників надійності структури рівні

$$\omega_1 = \omega_{Л110}^0 \ell_{Л1} = 0,08 \cdot 25 = 2,0 \text{ рік}^{-1};$$

$$\tau_1 = \tau_{Л110} = 8 \text{ год};$$

$$\nu_1 = \nu_{Л110}^0 \ell_{Л1} = 0,15 \cdot 25 = 3,75 \text{ рік}^{-1};$$

$$\eta_1 = \eta_{Л110} = 8 \text{ год};$$

$$\omega_2 = 1,6 \text{ рік}^{-1};$$

$$\tau_2 = 8 \text{ год};$$

$$\nu_2 = 3,0 \text{ рік}^{-1};$$

$$\eta_2 = 8 \text{ год};$$

$$\alpha_{Л1} = R_H \omega_{Л110}^0 \ell_{Л1} = 1,6 \cdot 0,08 \cdot 25 = 3,2 \text{ рік}^{-1};$$

$$\omega_3 = \alpha_{Л1} \cdot q_{рз110} = 3,2 \cdot 0,015 = 0,048 \text{ рік}^{-1};$$

$$\tau_3 = \tau_{Л1}^{ОВБ} = 2,0 \text{ год};$$

$$\omega_4 = 0,048 \text{ рік}^{-1};$$

$$\tau_4 = 2,0 \text{ год};$$

$$\omega_5 = \alpha_{Л1} q_{АВР110} = 0,064 \text{ рік}^{-1};$$

$$\tau_5 = 2,0 \text{ год}.$$

Для паралельно з'єднаних елементів з урахуванням навмисних відключень визначають показники надійності еквівалентного елемента:

$$\begin{aligned}\omega_6 &= \omega^0 + \omega' + \omega'' = [\omega_1 \omega_2 (\tau_1 + \tau_2) + \omega_1 v_2 \eta_2 + \omega_2 \tau_1 \eta_2] \cdot 8760^{-1}; \\ \omega^0 &= 6 \cdot 10^{-3}; \quad \omega' = 5,48 \cdot 10^{-3}; \quad \omega'' = 5,47 \cdot 10^{-3} \text{ рік}^{-1}; \\ \tau^0 &= \tau_1 \tau_2 (\tau_1 + \tau_2) = 4 \text{ год}; \\ \tau' &= \tau_1 \eta_2 (\tau_1 + \eta_2) = 4 \text{ год}; \\ \tau'' &= 4 \text{ год}; \\ \tau_6 &= 4 \text{ год}; \\ v_6 &= \eta_6 = 0.\end{aligned}$$

Показники надійності структури

$$\begin{aligned}\omega_A &= \omega_6 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 = 0,177 \text{ рік}^{-1}; \\ \tau_A &= 2,19 \text{ год}.\end{aligned}$$

Як видно з приклада, надійність УРЗА і КА дуже впливає на надійність схеми. Так, складова частоти відмов, обумовлена ненадійністю УРЗА і КА (елементи 3, 4, 5), становить 90,5 %.

## **ЛЕКЦІЯ 17 КОЕФІЦІЄНТ НЕЗАБЕЗПЕЧЕНОСТІ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІСЮ**

При оцінці надійності електропостачання одного споживача звичайно розглядають два стани системи: працездатна і непрацездатна. Імовірність знаходження СЕП повністю в непрацездатному стані дуже мала. Сучасні СЕП – це складні мережі, які багаторазово резервуються й одержують живлення від декількох джерел. Вони оснащені більшою кількістю пристроїв захисту, автоматики і телемеханіки.

У той же час відмова в електропостачанні хоча б одного споживача, приєднаного до СЕП, приводить до недовиконання системою основного завдання – постачання споживачам електроенергії в потрібній кількості і належній якості. В цьому випадку відбувається зниження вихідного ефекту системи.

Отже, кількісно оцінити надійність СЕП можна визначенням вихідного ефекту системи, що розраховують по кількості електроенергії, що розподіляється системою.

Якщо СЕП абсолютно надійна, то вихідний ефект її виражається в кількості електроенергії, відпущеної відповідно до вимог споживачів.

При відмовах в електропостачанні сумарна кількість відпущеної електроенергії менше необхідної – це реальний вихідний ефект.

Таким чином, різниця між ідеальним і реальним вихідними ефектами є мірою оцінки надійності СЕП, тобто це кількість електроенергії, яка була недовідпущена споживачам в результаті відмов в СЕП

$$W = E_{\text{потр}} - E_{\text{відп.ф.}},$$

де  $E_{\text{потр}}$  – кількість енергії, яку потрібно було відпустити споживачу;

$E_{\text{відп.ф.}}$  – кількість енергії, яку було відпущено фактично.

Часто потрібно порівнювати між собою СЕП, які є різними за обсягом і кількістю енергії, що вони відпускають. В цьому випадку використовують відносну величину недовідпущення електроенергії, яка називають коефіцієнтом незабезпеченості електроенергією

$$\rho = W / E_{\text{потр}}.$$

В теорії надійності систем енергетики використовують коефіцієнт забезпеченості електроенергією

$$\pi = E_{\text{відп.ф.}} / E_{\text{потр}} = 1 - W / E_{\text{потр}} = 1 - \rho.$$

При оцінці надійності СЕП очікувана кількість електроенергії, яка може бути недовідпущеною споживачам за період часу (звичайно за рік), визначиться як сума очікуваного недовідпущення електроенергії всім споживачам, приєднаним до даної СЕП

$$W = \sum_{i=1}^m W_i,$$

де  $m$  – кількість споживачів, які приєднані до даної СЕП.

Очікуване недовідпущення  $i$ -му споживачеві відповідає добутку середньої величини навантаження  $\bar{P}_i$  на еквівалентну тривалість простою за період часу

$$W_i = \bar{P}_i \theta_{Ei}.$$

Еквівалентна тривалість простою і-го споживача

$$\theta_{Ei} = \omega_i \tau_i + \xi v_i \eta_i ,$$

де  $\omega_i, \tau_i, v_i, \eta_i$  – показники надійності і-го споживача;

$\xi$  – коефіцієнт, що відбиває той факт, що наслідки від навмисних відключень менш важкі, чим від раптових відмов.

В практичних розрахунках  $\xi = 0,33$ .

Для визначення розрахункового коефіцієнта незабезпеченості потрібно знати кількість електроенергії, що була б відпущена споживачам, якби не було відмов в СЕП

$$E_{\text{потр}} = \sum_{i=1}^M E_{\text{потр},i} = \sum_{i=1}^M P_{ri} T_{\text{нбі}} ,$$

де  $P_{ri}$  – розрахункове навантаження і-го споживача;

$T_{\text{нбі}}$  – число годин використання максимуму енергії.

Показники надійності СЕП визначають в наступному порядку:

- 1) надійність електропостачання і-го споживача визначають за вище викладеними формулами;
- 2) установлюють величину очікуваного недовідпущення електроенергії і-му споживачу  $W_i$ , а також необхідну кількість електроенергії  $E_{\text{потр},i}$  ;
- 3) визначають величини сумарного недовідпущення і необхідної кількості електроенергії для споживачів СЕП;
- 4) обчислюють коефіцієнт незабезпеченості.

## ЛЕКЦІЯ 18 ЗБИТОК ВІД ПОРУШЕННЯ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ

У процесі проектування електричних мереж виникає задача порівняння декількох варіантів технічної реалізації проекту. Для порівнянності варіантів щодо зведених витрат наслідки від порушення електропостачання виражають в вигляді щорічних витрат

$$B = E_n K_i + B_{pi} + M(Z)_i,$$

де  $B$  – щорічні витрати;

$K_i$  – капіталовкладення з  $i$ -м варіантом;

$B_{pi}$  – поточні витрати (собівартість) з цим же варіантом;

$M(Z)_i$  – математичне очікування щорічних витрат в народному господарстві, пов'язаних з порушенням електропостачання. Цю величину називають народногосподарським збитком.

Питанням визначення величини збитку від порушень електропостачання присвячена велика кількість досліджень: розроблені різні методики оцінки збитку, проаналізований збиток багатьох виробничих підприємств.

Розглянемо лише деякі загальні положення щодо визначення величини збитку. Порушення електропостачання приводить до збитку як в споживача  $Z_{сп}$ , так і в енергосистеми  $Z_c$ , тобто

$$Z = Z_{сп} - Z_c.$$

Значення збитку залежить від інформації про майбутню відмову. При завчасному повідомленні про відключення в більшості випадків є можливість так організувати виробничий процес, щоб зменшити збитки від припинення подачі електроенергії.

Наприклад, для сільськогосподарського виробництва прийнято, що величина збитку при навмисних відключеннях становить третю частину збитку в порівнянні з відмовами. Як споживчий  $Z_{сп}$ , так і системний  $Z_c$  збитки прийнято ділити на прямий і додатковий.

Прямий збиток  $Z_{пр}$  включає витрати виробництва, пов'язані з розладом технологічного процесу, браку продукції, псування матеріалів, ушкодження і скорочення терміну служби встаткування, погіршення техніко-економічних показників технологічного процесу, збільшення витрат сировини і матеріалів,

простою персоналу та ін.

Прямий збиток обчислюють за формулою

$$З_{\text{пр}} = З_{\text{пр}}^{(0)} + З_{\text{пр}}(t_e) + З_{\text{пр}}(t_{\text{тех}}),$$

де  $З_{\text{пр}}^{(0)}$  – збиток, обумовлений фактом відмови в електропостачанні;

$З_{\text{пр}}(t_e)$  – збиток за час відновлення електропостачання  $t_e$ ;

$З_{\text{пр}}(t_{\text{тех}})$  – збиток від моменту відновлення електропостачання до доведення технологічного процесу установки до нормального режиму.

Величина прямого збитку залежить від багатьох факторів: тривалості перерви електропостачання, особливостей технологічного процесу, збігу відмови з певними фазами процесу, наявності технологічного резерву тощо.

На рисунку 18.1, а, б наведені можливі види залежності прямого збитку від тривалості перерви.

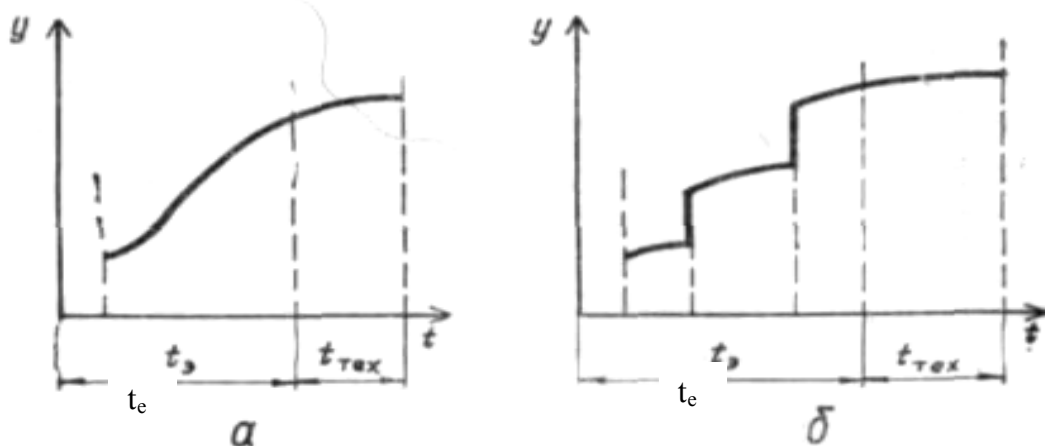


Рисунок 18.1 – Графіки залежності прямого збитку від тривалості перерви

Зміна режиму при відмовах приводить до збільшення втрат електроенергії в мережі, що також варто враховувати при визначенні прямого системного збитку.

Додатковий збиток  $З_d$  визначають недовідпущенням продукції або витратами для компенсації цього недовідпущення.Dodатковий збиток розділяють на чотири групи:

- 1) перерва електропостачання приводить до зменшення випуску продукції і заповнити його неможливо;
- 2) відновлення обсягів продукції, що була недовідпущена, здійснюють



надалі за рахунок понаднормових робіт;

3) відновлення обсягів продукції, що була недовідпущена, здійснюють подальшим форсованим режимом роботи;

4) перерва електропостачання не приводить до зменшення випуску продукції, або є можливість відновлення обсягів продукції за рахунок резервів без додаткових витрат.

Нижче наведені формули для визначення додаткового збитку для всіх зазначених груп

$$\begin{aligned}Z_{\text{дод}}^{\text{I}} &= \frac{E_{\text{н}} K + C}{T_{\text{п}}} t_{\text{пр}}; \\Z_{\text{дод}}^{\text{II}} &= \frac{(\beta - 1) C_{\text{зп}} + \beta C_{\text{o}}}{T_{\text{п}}}; \\Z_{\text{дод}}^{\text{III}} &= n_{\text{o}} C_{\text{o}} \frac{\delta - 1}{\gamma - 1}; \\Z_{\text{дод}}^{\text{IV}} &= 0,\end{aligned}$$

де  $K$  – основні і оборотні фонди підприємства;

$C$  – річні витрати виробництва;

$T_{\text{п}}$  – річний фонд часу роботи підприємства;

$t_{\text{пр}}$  – тривалість перерви технологічного процесу;

$\beta$  – коефіцієнт збільшення зарплати за понаднормові роботи;

$C_{\text{зп}}$  – річний фонд зарплати персоналу, що працює надурочно;

$C_{\text{o}}$  – річний фонд зарплати персоналу, який обслуговує встаткування, що працює надурочно;

$n_{\text{o}}$  – годинний випуск продукції при номінальному режимі роботи підприємства;

$C$  – змінна частина витрат виробництва, віднесена до одиниці продукції, що змінюється при формуванні технологічного режиму;

$\delta$  – коефіцієнт, що враховує збільшення витрат в форсованому режимі;

$\gamma$  – збільшення випуску продукції в форсованому режимі.

Графік залежності прямого, додаткового і сумарного збитку для глиноземного заводу продуктивністю 1 млн. тонн глинозему на рік і споживаючого на рік один млн. кВт·ч електроенергії наведено на рисунку 18.2.

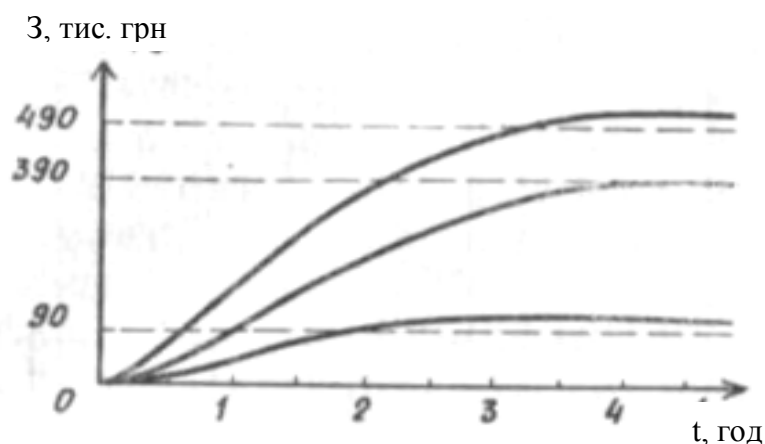


Рисунок 18.2 – Графік залежності прямого, додаткового і сумарного збитку для глиноземного заводу

В таблиці 18.1 наведені дані про очікувані збитки для виробництва сірчаної кислоти з річною продуктивністю 1 млн. тонн залежно від тривалості перерви електропостачання.

Таблиця 18.1 – Очікувані збитки для виробництва сірчаної кислоти

Тривалість перерви в електропостачанні	Одиниця виміру	Величина очікуваного збитку $Z_n$ , тис. грн
0,2 – 3	с	11
1 – 2	м	11
15	м	13
30	м	14,8
1	год	18,7
2	год	26,8

Звичайно користуються поняттям питомий збиток – величиною збитку, віднесеної до одиниці продукції, що випускається. В такому випадку можливе зіставлення рішень для об'єктів з різним обсягом виробництва. Як вказувалося раніше, для деяких технологічних процесів величину збитку визначають також фактом відмови і потужністю відключеного встаткування. Для деяких виробництв велике значення має час простою.

Вирішуючи завдання надійності для СЕП, збиток варто відносити до значень параметрів енергосистеми. Тому в теперішній час найпоширеніші наступні види питомого збитку, віднесені до одиниці продукції, що випускається: грн/од.прод.; однієї години перерви в електропостачанні, грн/год; одному кВт установленної потужності, грн/кВт; одного кВт·год недовідпущеної електроенергії, грн/ кВт·год.

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Журахівський А. В. Надійність електричних систем і мереж: [навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. електротехн. спец.] / А. В. Журахівський, Б. М. Кінаш, О. Р. Пастух.; Національний університет «Львівська політехніка». – Львів : Вид. Львівської політехніки, 2012. – 280 с.
2. Гук Ю. Б. Теория надежности в электроэнергетике : учеб. пособие/ Ю. Б. Гук. – Л. : Энергоатомиздат, 1990. – 234 с.
3. Надежность систем электроснабжения : учеб. пособие / [В. В. Зорин и др.]. – Киев: Вища школа, 1984. – 192 с.

## Показники надійності елементів СЕП

Елемент	Частота відмов $\omega^0$ , 1/рік	Середній час відновл. т, год	Частота навмисних відключень $\nu$ , 1/рік	Середній час обслуговування $\eta$ , год
Повітряна лінія 35, 110 кВ одноланцюгова, на 1 км	0,08	6/8	0,1/0,15	6,5/8
Два ланцюга повітряної лінії 35, 110 кВ, на 1 км	0,008	10/–	0,01/–	8/–
Повітряна лінія 6, 10 кВ одноланцюгова, на 1 км	0,25	5/6	0,2/0,25	5/5,8
Кабельна лінія 6, 10 кВ, на 1 км	0,1	15/50–25	0,3/0,5–1	3/30–10
Дві кабельні лінії 6, 10 кВ в одній траншеї, на 1 км	0,005	15/–	0,05/–	3/–
Повітряна лінія 0,38 кВ, на 1 км	0,2	4/3	0,25/0,30	4/6
Трансформатор 35, 110 кВ	0,03	25/30	0,3/0,5	10/12
Трансформатор 6, 10 кВ	0,035	6/8	0,25/0,30	6/8
Комірка вимикача 35, 110 кВ	0,02	5,5/7	0,2/0,3	5/6
Комірка вимикача 6,10 кВ внутрішнього встановлення	0,015	5/6	0,15/0,25	4/7
Комірка вимикача 6,10 кВ КРУН зовнішнього встановлення	0,05	4,5/5,5	0,25/0,35	4/7
Комірка роз'єднувача 35, 110 кВ	0,005	$\frac{3}{4}, 5$	0,2/0,3	3/5
Комірка роз'єднувача 6,10 кВ внутрішнього встановлення	0,002	2,5/4	0,15/0,25	2,5/5
Комірка роз'єднувача 6,10 кВ КРУН зовнішнього встановлення	0,01	2,5/4	0,15/0,25	2,5/5
Лінійний роз'єднувач 6,10 кВ	0,8	3,5/6	–	–
Шини ВРП 35, 110 кВ (на 1 приєднання)	0,001	4/6	0,1/0,2	5/7
Шини РП 6,10 кВ (на 1 приєднання)	0,001	3,5/5	0,12/0,2	4/6
Збірка НН – 0,4 кВ ТП	0,007	3/5	0,15/0,25	4/6

*Навчальне видання*

**РОЖКОВ** Петро Павлович  
**РОЖКОВА** Світлана Едуардівна

## КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни

### **«НАДІЙНІСТЬ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ»**

*(для магістрів денної та заочної форм навчання за спеціальністю  
141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, освітні  
програми «Електротехнічні системи електроспоживання» та  
«Електротехнічні системи електроспоживання (освітньо-наукова)»)*

Відповідальний за випуск *П. П. Рожков*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *К. А. Алексанян*

План 2014, поз. 94 Л

---

Підп. до друку 20.11.2014 р.  
Друк на різнографі  
Зам. №

Формат 60×84/16  
Ум. друк. арк. 2,4  
Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач :  
Харківський національний університет  
міського господарства імені О. М. Бекетова  
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002  
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи :  
ДК 5328 від 11.04.2017 р.